

MODUL

KAIDAH PENCACAHAN DAN PELUANG



MATEMATIKA WAJIB
KELAS 12 MIPA/IPS

PELUANG

A. Kaidah Pencacahan

Kaidah pencacahan adalah aturan membilang untuk mengetahui banyaknya kejadian atau objek-objek tertentu yang muncul. Dikatakan pencacahan karena hasilnya berupa sebuah bilangan cacah.

Terdapat tiga aturan dalam mencacah, yakni, aturan pengisian tempat yang tersedia, aturan permutasi dan aturan kombinasi

1. Aturan Pengisian Tempat yang Tersedia

Aturan pengisian tempat yang tersedia, dibagi menjadi tiga cara, yakni :

- (1) Aturan Tabel
- (2) Aturan Diagram Cabang
- (3) Aturan Perkalian Terurut

Untuk lebih mendalami ketiga aturan tersebut, ikutilah contoh-contoh soal berikut ini:

01. Seseorang mempunyai tiga pasang sepatu dan lima pasang kaus kaki. Dengan aturan tabel tentukanlah banyaknya cara orang tersebut dalam mengenakan sepatu dan kaus kaki

Jawab

Misalkan sepatu : P_1, P_2, P_2

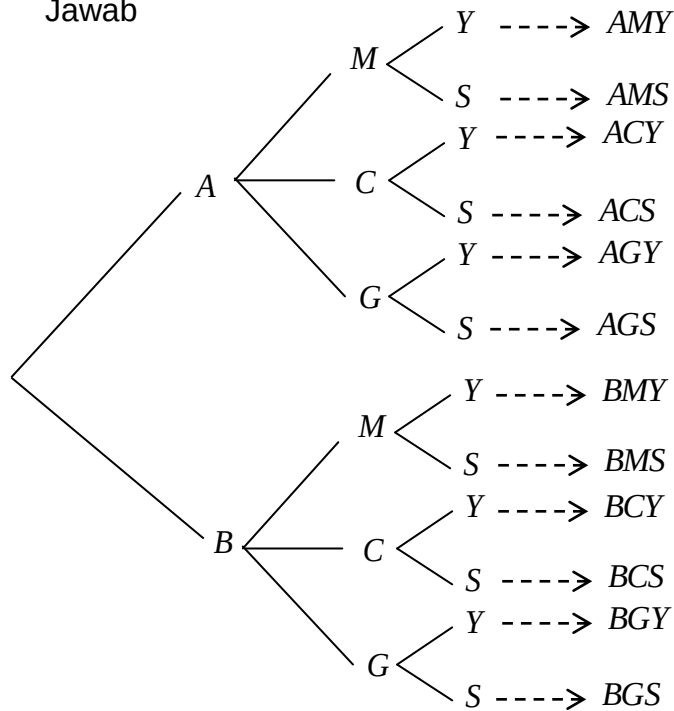
Kaus kaki : K_1, K_2, K_3, K_4, K_5

K / P	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
P_1	P_1K_1	P_1K_2	P_1K_3	P_1K_4	P_1K_5
P_2	P_2K_1	P_2K_2	P_2K_3	P_2K_4	P_2K_5
P_3	P_3K_1	P_3K_2	P_3K_3	P_3K_4	P_3K_5

Jadi banyaknya susunan = 15 pasang

02. Ahmad dan Budi adalah calon ketua OSIS di suatu SMA, sedangkan Mahmud, Cici, dan Gani adalah calon wakil ketua, serta Yuli dan Susi adalah calon sekretaris. Dengan menggunakan diagram cabang tentukanlah banyaknya kemungkinan pasangan pengurus inti OSIS di SMA tersebut

Jawab



Jadi terdapat 12 macam kemungkinan susunan pengurus

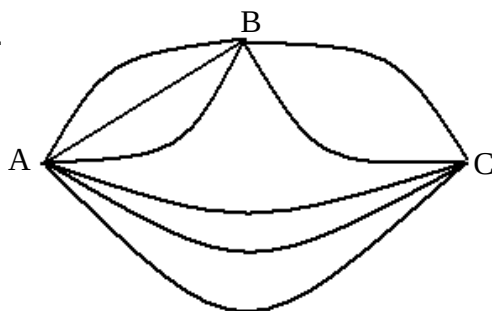
03. Terdapat empat jalan yang menghubungkan kota P dan kota Q, tiga jalan yang menghubungkan kota Q dan kota R serta tiga jalan dari kota R ke kota S. Tentukanlah banyaknya rute perjalanan seseorang dari kota P ke kota S

Jawab

4	3	3
---	---	---

$$= 4 \times 3 \times 3 = 36 \text{ rute}$$

04.



Gambar disamping adalah peta rute perjalanan ditiga kota A, B dan C. Tentukanlah banyaknya rute perjalanan dari kota A ke kota C

Jawab

3	2
---	---

$$= 6 \text{ rute}$$

3

$$= 3 \text{ rute}$$

$$9 \text{ rute}$$

05. Tentukanlah banyaknya bilangan yang terdiri atas tiga angka yang dapat disusun dari angka-angka 3, 4, 5, 6 dan 7 jika :

(a) angka-angkanya tidak boleh muncul berulang

(b) angka-angkanya boleh muncul berulang

Jawab

(a) Angka-angkanya : 3, 4, 5, 6, 7. Disusun 3 angka

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ bilangan}$$

(b) Angka-angkanya : 3, 4, 5, 6, 7. Disusun 3 angka

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline \end{array} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ bilangan}$$

06. Tentukanlah banyaknya bilangan yang terdiri atas tiga angka berlainan yang dapat disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5 dan 6 jika bilangan itu nilainya harus:

(a) genap

(b) ganjil

Jawab

(a) Angka-angkanya : 2, 3, 4, 5, 6. Disusun 3 angka dan nilainya genap

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} = 3 \times 4 \times 3 = 36 \text{ bilangan}$$

(b) Angka-angkanya : 2, 3, 4, 5, 6. Disusun 3 angka dan nilainya ganjil

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 2 \\ \hline \end{array} = 3 \times 4 \times 2 = 24 \text{ bilangan}$$

07. Tentukan banyaknya bilangan ribuan yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5 jika bilangan itu nilainya :

(a) lebih dari 2000

(b) kurang dari 3000

Jawab

(a) Angka-angkanya : 1, 2, 3, 4 dan 5. Disusun 4 angka dan nilainya lebih dari 2000

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 96 \text{ bilangan}$$

(b) Angka-angkanya : 1, 2, 3, 4 dan 5. Disusun 4 angka dan nilainya kurang dari 3000

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 48 \text{ bilangan}$$

07. Banyaknya bilangan yang terdiri atas tiga angka yang dapat disusun dari angka-angka 3, 4, 5 dan 6 jika angka-angka tersebut boleh muncul berulang adalah
- A. 24 bilangan B. 32 bilangan C. 38 bilangan
D. 48 bilangan E. 64 bilangan
08. Banyaknya bilangan ratusan yang dapat disusun dari angka-angka 4, 5, 6, 7 dan 8 jika angka-angka tersebut tidak boleh muncul berulang adalah
- A. 48 bilangan B. 56 bilangan C. 60 bilangan
D. 72 bilangan E. 80 bilangan
09. Banyaknya susunan huruf yang terdiri atas tiga huruf berbeda, yang dapat disusun dari huruf-huruf B, E, S, A, R jika huruf pertama harus konsonan adalah
- A. 60 susunan B. 36 susunan C. 38 susunan
D. 42 susunan E. 44 susunan
10. Banyaknya bilangan asli yang terdiri dari empat angka berbeda yang dapat disusun dari angka-angka 0, 1, 2, 3, 4 dan 5 jika bilangan tersebut nilainya lebih dari 3000 adalah
- A. 96 bilangan B. 122 bilangan C. 164 bilangan
D. 180 bilangan E. 196 bilangan
11. Banyaknya bilangan asli yang terdiri dari tiga angka berbeda yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5 jika bilangan tersebut harus bernilai genap adalah
- A. 6 bilangan B. 8 bilangan C. 12 bilangan
D. 24 bilangan E. 60 bilangan
12. Banyaknya bilangan dengan angka-angka berlainan antara 400 dan 700 yang dapat disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5, dan 7 adalah....
- A. 36 bilangan B. 28 bilangan C. 24 bilangan
D. 15 bilangan E. 12 bilangan
13. Dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 akan disusun suatu kode PIN yang terdiri dari 4 digit. Jika tidak boleh muncul angka-angka yang semuanya sama dalam kode PIN tersebut, maka banyaknya kode PIN yang dapat disusun adalah ...
- A. 30 kode B. 200 kode C. 5030 kode
D. 9990 kode E. 10000 kode
14. Dalam sebuah kelas terdapat 17 siswa lelaki dan 13 siswa perempuan, banyak cara untuk memilih ketua, sekretaris dan bendahara jika bendahara haruslah perempuan adalah ...
- A. 5278 cara B. 2436 cara C. 2700 cara
D. 1092 cara E. 10.556 cara

15. Ditoko buah “Kurnia” Ami ingin membeli 8 buah yang terdiri atas manga, nanas dan papaya. Jika Ani membeli paling sedikit 2 buah untuk masing-masing jenis, maka komposisi banyak buah yang mungkin dibeli adalah ...

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

E. 10

PELUANG

A. Kaidah Pencacahan

2. Permutasi

Sebelum membahas permutasi akan dikenalkan terlebih dahulu notasi faktorial, yaitu : Jika n bilangan asli, maka n faktorial ditulis $n!$ didefinisikan sebagai berikut

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Dan nol faktorial didefinisikan sebagai $0! = 1$

Sebagai contoh

01. Hitunglah setiap nilai faktorial berikut ini

$$(a) 3! \cdot 4! \qquad (b) \frac{6!}{4! \cdot 2!} \qquad (c) \frac{8! \cdot 2!}{6! \cdot 5!}$$

Jawab

Jawab

$$(a) 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$\text{Jadi } 3! \cdot 4! = 6 \times 24 = 144$$

$$\begin{aligned} (b) \frac{6!}{4! \cdot 2!} &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(4 \times 3 \times 2 \times 1)(2 \times 1)} \\ &= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Atau } \frac{6!}{4! \cdot 2!} &= \frac{6 \times 5 \times 4!}{(4!)(2 \times 1)} \\ &= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \frac{8! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} &= \frac{(8 \times 7 \times 6!)(2!)}{(6!)(5 \times 4 \times 3 \times 2!)} \\ &= \frac{8 \times 7}{5 \times 4 \times 3} \\ &= \frac{2 \times 7}{5 \times 3} \\ &= \frac{14}{15} \end{aligned}$$

02. Uraikanlah bentuk faktorial berikut ini :

$$(a) \frac{(n-3)!}{(n-6)!}$$

$$(b) \frac{(n+2)!}{(n-3)!}$$

Jawab

$$(a) \frac{(n-3)!}{(n-6)!} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)!}{(n-6)!}$$

$$= (n-3)(n-4)(n-5)$$

$$(b) \frac{(n+2)!}{(n-3)!} = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!}$$

$$= (n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)$$

Permutasi adalah proses pencacahan yang memperhatikan urutan atau formasi. Sebagai contoh diketahui himpunan $P = \{a, b, c, d\}$. Jika anggota himpunan P tersebut disusun dua-dua maka diperoleh himpunan yang anggotanya sebanyak 12 buah, yakni $\{ab, ac, ad, ba, bc, bd, ca, cb, cd, da, db, dc\}$. Banyaknya anggota himpunan ini dapat pula ditentukan dengan aturan permutasi, yakni :
Jika n objek berlainan disusun r objek maka banyak susunannya dapat ditentukan dengan rumus :

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Untuk soal diatas banyaknya anggota himpunan P adalah $n = 4$ dan disusun dua-dua berarti $r = 2$, sehingga :

$${}_4 P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 12 \text{ buah}$$

Jika yang disusun adalah seluruh anggota himpunan ($n = r$) maka banyaknya susunan dapat ditentukan dengan rumus :

$${}_n P_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

$$P_n = n!$$

Sebagai contoh empat buah roti yang berlainan akan disusun satu baris diatas meja, maka banyaknya susunan dapat ditentukan dengan cara :

$$P_4 = 4! = 24 \text{ cara}$$

Jika diantara objek yang disusun ada objek-objek yang sama, maka banyaknya formasi susunan dapat ditentukan dengan aturan :

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Dimana $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ adalah banyaknya masing-masing unsur yang sama.

Sebagai contoh banyaknya cara menyusun enam huruf dari huruf-huruf pada kata PANGAN adalah

$$P_6 = \frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 180$$

Sedangkan n objek berlainan disusun r objek dimana objek-objek tersebut boleh muncul berulang, maka banyaknya susunan yang dapat dibentuk dapat ditentukan dengan rumus

$${}_nP_r = n^r$$

Sebagai contoh dari anggota himpunan $A = \{p, q\}$ disusun 6 objek dimana objek-objek tersebut boleh muncul berulang. Maka banyaknya susunan seluruhnya adalah ...

$${}_2P_6 = 2^6 = 32 \text{ susunan}$$

Jika n objek disusun n objek seluruhnya, dimana formasi susunan dibuat melingkar (siklis) maka banyak susunan yang dapat dibentuk adalah

$$P_n = (n - 1) !$$

Sebagai contoh enam tangkai bunga yang berlainan disusun melingkar diatas meja, maka banyaknya cara menyusunnya adalah :

$$P_6 = (6 - 1)! = 5! = 120$$

Untuk lebih lengkapnya ikutilah contoh soal berikut ini :

03. Tentukanlah banyaknya susunan tiga huruf dari huruf-huruf pada himpunan $\{a, b, c, d\}$ dengan memperhatikan urutannya

Jawab

$n = 4$ dan $r = 3$, maka

maka :

$${}_4P_3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

04. Terdapat 8 orang juru masak di suatu restoran. Dari 8 orang ini ditunjuk secara acak 3 orang untuk memasak gulai rendang, sayur lodeh dan sambal daging.

Tentukanlah banyaknya cara penunjukan tersebut

Jawab

$n = 8$ dan $r = 3$, maka

maka :

$$\begin{aligned}
{}_8P_3 &= \frac{8!}{(8-3)!} \\
&= \frac{8!}{5!} \\
&= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} \\
&= 8 \times 7 \times 6 \\
&= 336
\end{aligned}$$

05. Tentukanlah banyaknya susunan lima huruf dari huruf-huruf pada himpunan { p, q, r, s, t } jika urutannya diperhatikan

Jawab

$n = 5$ dan $r = 5$, maka

maka :

$$\begin{aligned}
P_5 &= 5! \\
&= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\
&= 120
\end{aligned}$$

06. Enam orang siswa akan berbaris membentuk satu barisan. Tentukanlah banyaknya susunan barisan yang dapat mereka bentuk

Jawab

$n = 6$ dan $r = 6$, maka

maka :

$$\begin{aligned}
P_6 &= 6! \\
&= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\
&= 720
\end{aligned}$$

07. Empat orang lelaki dan dua orang wanita berdiri membentuk satu barisan. Tentukanlah banyaknya susunan barisan yang dapat mereka bentuk jika :

(a) Lelaki dan wanita boleh bercampur

(b) Lelaki dan wanita tidak boleh bercampur

Jawab

(a) $n = 6$ dan $r = 6$, maka

$$\begin{aligned}
P_6 &= 6! \\
&= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\
&= 720
\end{aligned}$$

(b) Formasi lelaki : $P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Formasi wanita : $P_2 = 2! = 2 \times 1 = 2$

Formasi total = $2 (24 \times 2) = 96$ formasi

08. Empat orang pria dan tiga orang wanita berdiri membentuk satu barisan. Jika formasi barisan mereka harus berselang-seling antara pria dan wanita, maka tentukanlah banyaknya formasi barisan tersebut

Jawab

$$\text{Formasi lelaki : } P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$\text{Formasi wanita : } P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\text{Formasi total} = 24 \times 6 = 144 \text{ formasi}$$

09. Tentukanlah banyaknya susunan 9 huruf dari huruf-huruf pada kata "BABILONIA"

Jawab

$$\begin{aligned} P_9 &= \frac{9!}{2!.2!.2!} \\ &= \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{2.1.2.1.2.1} \\ &= 9 \times 8 \times 7 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 4.5360 \text{ susunan huruf} \end{aligned}$$

10. Tentukanlah banyaknya susunan 8 huruf dari huruf-huruf pada kata "MATAKAKI"

Jawab

$$\begin{aligned} P_8 &= \frac{8!}{3!.2!} \\ &= \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{3.2.1.2.1} \\ &= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2 \times 1 \\ &= 3.360 \text{ susunan huruf} \end{aligned}$$

11. Empat buah ubin merah, 3 ubin kuning dan 2 ubin hijau akan disusun berderet satu baris. Tentukanlah banyaknya cara menyusun kesembilan ubin tersebut

Jawab

$$\begin{aligned} P_9 &= \frac{9!}{4!.3!.2!} \\ &= \frac{9.8.7.6.5.4!}{4!.3.2.1.2.1} \\ &= 9 \times 4 \times 7 \times 5 \\ &= 1.260 \text{ susunan ubin} \end{aligned}$$

12. Didalam sebuah rak terdapat delapan buku matematika yang terbagi ke dalam 3 kelompok bahasa, masing-masing tiga berbahasa Indonesia, tiga berbahasa Inggris dan 2 berbahasa Jerman. Buku-buku itu akan dibagikan kepada 7 orang siswa. Jika buku-buku berbahasa sejenis adalah sama, maka tentukanlah banyaknya cara pembagian tersebut

Jawab

$$\begin{aligned}
 P_7 &= \frac{7!}{3!.3!.1!} + \frac{7!}{3!.2!.2!} + \frac{7!}{2!.3!.2!} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!. (3 \times 2 \times 1)} + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!. (2 \times 1) (2 \times 1)} + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!. (2 \times 1) (2 \times 1)} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{(2 \times 1) (2 \times 1)} + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{(2 \times 1) (2 \times 1)} \\
 &= (7 \times 5 \times 4) + (7 \times 6 \times 5) + (7 \times 6 \times 5) \\
 &= 140 + 210 + 210 \\
 &= 560 \text{ cara}
 \end{aligned}$$

13. Tentukanlah banyaknya susunan tiga huruf dari huruf-huruf pada himpunan {a, b, c, d, e} jika huruf-huruf itu boleh muncul berulang

Jawab

$$n = 5 \text{ dan } r = 3$$

$$\text{maka : } {}_5P_3 = 5^3 = 125 \text{ susunan huruf}$$

14. Tentukanlah banyaknya bilangan yang terdiri atas 5 angka yang angkanya disusun dari angka-angka 3 dan 4

Jawab

$$n = 2 \text{ dan } r = 5$$

$$\text{maka : } {}_2P_5 = 2^5 = 32 \text{ bilangan}$$

15. Suatu paket soal pilihan ganda sebanyak 4 nomor dengan pilihan jawaban A, B, C, D, dan E. Jika siswa diminta menyalang salah satu pilihan yang dianggap paling benar, maka tentukanlah banyaknya formasi jawaban

Jawab

$$n = 5 \text{ dan } r = 4$$

$$\text{maka : } {}_5P_4 = 5^4 = 625 \text{ formasi jawaban}$$

16. Empat buah kursi a, b, c dan d akan disusun mengelilingi sebuah meja. Tentukanlah banyaknya susunan keempat kursi tersebut

Jawab

$$n = 4, r = 4 \text{ dan formasi melingkar}$$

$$\text{maka : } P_4 = (4 - 1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ susunan}$$

07. Diketahui himpunan $A = \{p, q, r, s\}$. Banyaknya susunan dua huruf dari huruf-huruf pada himpunan A adalah....
- A. 12 susunan B. 14 susunan C. 16 susunan
D. 18 susunan E. 20 susunan
08. Suatu kelompok terdiri dari 10 orang akan dibentuk kepanitiaan yang terdiri atas seorang ketua, seorang sekretaris dan seorang bendahara. Banyaknya susunan panitia yang dapat dibentuk adalah
- A. 540 susunan B. 620 susunan C. 680 susunan
D. 720 susunan E. 780 susunan
09. Banyaknya bilangan asli yang terdiri dari tiga angka berlainan yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5 adalah
- A. 30 bilangan B. 36 bilangan C. 45 bilangan
D. 54 bilangan E. 60 bilangan
10. Nilai n yang memenuhi ${}_nP_2 = 20$ adalah ...
- A. 3 B. 4 C. 5
D. 6 E. 7
11. Nilai n yang memenuhi $10 \cdot {}_nP_2 = (n+1)P_4$ adalah
- A. 3 B. 4 C. 5
D. 6 E. 7
12. Sebuah keluarga terdiri dari ayah, ibu dan tiga puteranya akan foto bersama. Jika mereka duduk berderet satu baris, maka banyaknya susunan duduk mereka adalah...
- A. 98 susunan B. 108 susunan C. 120 susunan
D. 130 susunan E. 135 susunan
13. Sebuah keluarga terdiri dari ayah, ibu dan tiga puteranya akan foto bersama. Jika mereka duduk berderet satu baris dengan syarat ayah dan ibu harus duduk di kedua ujung barisan, maka banyaknya susunan duduk mereka adalah
- A. 12 susunan B. 36 susunan C. 52 susunan
D. 60 susunan E. 64 susunan
14. Sekelompok siswa yang terdiri dari 4 orang siswa kelas X dan 5 orang siswa kelas XI akan berdiri satu baris menerima hadiah dari kepala sekolah. Banyaknya formasi barisan yang dapat dibentuk jika siswa satu kelas tidak boleh terpisah adalah...
- A. 4.860 formasi B. 5236 formasi C. 5.760 formasi
D. 6450 formasi E. 7280 formasi

15. Terdapat sembilan buku matematika yang berbeda-beda. Dari kesembilan buku itu empat diantaranya berbahasa Indonesia, tiga berbahasa Perancis dan dua berbahasa Jerman. Jika buku-buku itu akan disusun satu baris dalam sebuah rak dan buku-buku yang berbahasa sama harus mengelompok, maka banyaknya cara menyusunnya adalah....
- A. 1.728 cara B. 2.122 cara C. 2.632 cara
D. 3.132 cara E. 4.148 cara
16. Lima orang pria dan lima orang wanita tegak berderet dalam satu barisan. Jika pria dan wanita harus berselang-seling, maka banyaknya formasi barisan mereka adalah
- A. 14.400 formasi B. 28.800 formasi C. 24.240 formasi
D. 26.320 formasi E. 32.350 formasi
17. Jika formasi dari soal nomor (16) diatas dilakukan oleh lima orang pria dan 4 orang wanita, maka banyaknya formasi barisan mereka adalah
- A. 1.440 formasi B. 2.880 formasi C. 2.424 formasi
D. 2.632 formasi E. 3.235 formasi
18. Banyaknya susunan huruf yang dapat disusun dari huruf-huruf pada kata "SANDANG" adalah.... susunan huruf
- A. 960 B. 1260 C. 2880
D. 5040 E. 7220
19. Banyaknya susunan huruf yang dapat disusun dari huruf-huruf pada kata "BEBERAPA" adalah
- A. 960 susunan B. 1260 susunan C. 2880 susunan
D. 5040 susunan E. 7220 susunan
20. Pada suatu ruangan terdapat 10 ubin yang disusun dalam satu baris. Kesepuluh ubin itu terdiri atas 5 ubin merah, 3 ubin biru dan 2 ubin putih. Dengan berapa cara dapat disusun kesepuluh ubin tersebut ?
- A. 1.260 cara B. 2.520 cara C. 5.040 cara
D. 3.260 cara E. 6.520 cara
21. Terdapat 4 bola merah yang sama dan 3 bola putih yang sama. Jika ketujuh bola tersebut akan diberikan kepada 6 anak, maka banyaknya cara pembagian tersebut adalah ...
- A. 24 B. 28 C. 30
D. 32 E. 35
22. Terdapat tiga jenis buku yaitu 4 buku matematika yang sama, 3 buku fisika yang sama dan 2 buku kimia yang sama. Buku-buku itu akan dibagikan kepada 9 anak, dimana setiap anak mendapat satu buku. Berapa banyaknya cara pembagian tersebut?
- A. 1.260 cara B. 2.520 cara C. 4.860 cara
D. 5.250 cara E. 6.540 cara

23. Banyaknya bilangan yang terdiri atas 6 angka yang disusun dari angka-angka 2, 2, 4, 4, 4 dan 5 adalah ...
- A. 35 bilangan B. 42 bilangan C. 48 bilangan
D. 60 bilangan E. 84 bilangan
24. Banyaknya bilangan asli yang terdiri atas lima angka yang dapat disusun dari angka 3 dan angka 4 yang muncul bersamaan adalah...
- A. 25 bilangan B. 30 bilangan C. 32 bilangan
D. 36 bilangan E. 42 bilangan
25. Suatu paket soal pilihan ganda dengan lima pilihan jawaban (option) yang terdiri atas empat nomor soal. Banyaknya kemungkinan pola jawaban seorang siswa yang mengerjakan soal tersebut adalah...
- A. 520 pola B. 625 pola C. 720 pola
D. 780 pola E. 1024 pola
26. Terdapat 7 orang yang akan duduk mengelilingi meja rapat. Berapa banyaknya formasi duduk yang dapat mereka lakukan ?
- A. 120 B. 640 C. 720
D. 840 E. 1440
27. Terdapat tempat duduk yang diatur dalam dua baris, masing-masing dengan 4 buah kursi. Tiga orang pria dan dua wanita akan duduk pada kursi-kursi itu. Banyaknya cara mereka menggunakan tempat duduk dengan pria dan wanita menempati baris yang berbeda adalah..... (UAN 2002)
- A. 576 cara B. 480 cara C. 360 cara
D. 240 cara E.. 120 cara
28. Dari 5 pemain asing dan 4 pemain lokal yang melamar disuatu klub sepak bola akan diterima 3 pemain. Banyak cara penerimaan pemain jika 1 orang pemain asing diterima adalah... .
- A. 84 B. 80 C. 60
D. 30 E. 20
29. Dari 8 pasangan suami istri akan dibentuk tim beranggotakan 5 orang terdiri dari 3 pria dan 2 wanita dengan ketentuan tak boleh ada pasangan suami istri. Banyak tim yang dapat dibentuk adalah
- A. 56 B. 112 C. 336
D. 560 E. 672
30. Dari delapan orang calon pengurus suatu yayasan yang terdiri dari 5 pria dan 3 wanita akan dipilih seorang ketua, seorang sekretaris dan seorang bendahara. Tentukanlah peluang terpilihnya lelaki semua dari ketiga jabatan tersebut
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{5}{28}$ C. 336
D. 560 E. 672

31. Suatu kelompok terdiri dari 10 orang pergi ke gunung dengan menggunakan tiga mobil, yakni minibus, sedan dan kijang. Mobil sedan dapat menampung dua penumpang. Mobil minibus dapat menampung lima penumpang dan mobil kijang dapat menampung empat penumpang. Berapa carakah dapat dibuat formasi muatan mobil untuk membawa mereka ke gunung ?
- A. 1260 B. 2520 C. 3150
D. 7920 E. 8260
32. Tentukanlah banyaknya susunan huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf pada kata "BEBERAPA" dengan syarat bahwa huruf mati (konsonan) dan huruf hidup (vocal) harus berselang seling !
- A. 144 B. 215 C. 312
D. 428 E. 618
33. Tentukanlah banyaknya bilangan dengan angka-angka berlainan antara 400 dan 700 yang dapat disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5, dan 7
- A. 78 B. 64 C. 48
D. 24 E. 15
34. Banyaknya bilangan kelipatan 5 yang terdiri dari 3 angka berbeda yang dapat disusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 adalah ...
- A. 55 B. 60 C. 70
D. 105 E. 120

PELUANG

A. Kaidah Pencacahan

3. Kombinasi

Kombinasi adalah pencacahan yang tidak memperhatikan urutan objek-objeknya. Jika suatu himpunan dengan n buah anggota (objek) akan disusun r objek tanpa memperhatikan urutannya, maka banyaknya susunan tersebut dirumuskan :

$${}_nC_r = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Sebagai contoh akan dihitung banyaknya susunan dua huruf dari huruf-huruf pada himpunan $\{a, b, c, d\}$ tanpa memperhatikan urutannya

ab ac ad
bc bd
cd }

6 susunan

Jika masalah di atas diselesaikan dengan rumus, akan diperoleh: $n = 4$ dan $r = 2$

$$\begin{aligned} \text{sehingga } {}_nC_r &= \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} \\ &= \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} \\ &= \frac{4!}{2! \cdot 2!} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

01. Diketahui himpunan $A = \{p, q, r, s, t\}$. Berapa banyaknya cara mengambil dua huruf dari huruf-huruf pada himpunan A jika urutannya tidak diperhatikan ?

Jawab

Diketahui $n = 5$ dan $r = 2$

$$\begin{aligned} \text{Maka : } {}_nC_r &= \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} \\ {}_5C_2 &= \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} \\ &= \frac{5!}{2! \cdot 3!} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} \\ &= 10 \text{ susunan} \end{aligned}$$

02. Dari 7 orang calon peserta paduan suara akan dipilih 5 orang untuk mengikuti festival paduan suara tingkat sekolah. Tentukanlah banyaknya cara pemilihan tersebut !

Jawab

Diketahui $n = 7$ dan $r = 5$

$$\text{Maka : } {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} {}_7 C_5 &= \frac{7!}{5!(7-5)!} \\ &= \frac{7!}{5! \cdot 2!} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 1 \times 5!} \\ &= 21 \text{ cara} \end{aligned}$$

03. Tentukanlah nilai r jika ${}_6 C_r = 2 \cdot {}_5 C_r$

Jawab

$${}_6 C_r = 2 \cdot {}_5 C_r$$

$$\frac{6!}{r!(6-r)!} = 2 \cdot \frac{5!}{r!(5-r)!}$$

$$\frac{6 \times 5!}{(6-r)!} = 2 \cdot \frac{5!}{(5-r)!}$$

$$\frac{6}{(6-r)!} = \frac{2}{(5-r)!}$$

$$6(5-r)! = 2(6-r)!$$

$$3(5-r)! = (6-r)(5-r)!$$

$$3 = 6 - r$$

$$r = 3$$

04. Dari 20 orang anggota English Club SMAN “Maju Jaya” yang terdiri dari 10 pria dan 10 wanita akan dipilih tim yang terdiri dari 4 pria dan 2 wanita untuk mengikuti lomba debat bahasa Inggris mewakili sekolah mereka. Tentukanlah banyaknya cara pemilihan tersebut !

Jawab

$$\text{Pria : } n = 10 \text{ dan } r = 4 \text{ maka } {}_{10} C_4 = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 210$$

$$\text{Wanita : } n = 10 \text{ dan } r = 2 \text{ maka } {}_{10} C_2 = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 1 \times 8!} = 45$$

$$\text{Jadi banyaknya cara pemilihan tersebut} = 210 \times 45 = 9450 \text{ cara}$$

Sehingga bentuk $(a + b)^3$ dan $(a + b)^4$ misalnya, dapat diuraikan menjadi :

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= 1.a^3.b^0 + 3.a^{3-1}.b^{0+1} + 3.a^{3-2}.b^{0+2} + 1.a^{3-3}.b^{0+3} \\ &= a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3 \\ (a + b)^4 &= 1.a^4.b^0 + 4.a^{4-1}.b^{0+1} + 6.a^{4-2}.b^{0+2} + 4.a^{4-3}.b^{0+3} + 1.a^{4-4}.b^{0+4} \\ &= a^4 + 4.a^3.b + 6.a^2.b^2 + 4.a.b^3 + b^4\end{aligned}$$

Dengan menggunakan aturan kombinasi, uraian bentuk $(a + b)^n$ dapat ditentukan dengan rumus **Binomial Newton**, yaitu :

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r . a^{n-r} b^r$$

Sehingga bentuk $(a + b)^3$ dan $(a + b)^4$ misalnya, dapat diuraikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= {}_3 C_0 . a^3 . b^0 + {}_3 C_1 . a^{3-1} . b^{0+1} + {}_3 C_2 . a^{3-2} . b^{0+2} + {}_3 C_3 . a^{3-3} . b^{0+3} \\ &= (1).a^3.b^0 + (3).a^{3-1}.b^{0+1} + (3).a^{3-2}.b^{0+2} + (1).a^{3-3}.b^{0+3} \\ &= a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3 \\ (a + b)^4 &= {}_4 C_0 . a^4 . b^0 + {}_4 C_1 . a^{4-1} . b^{0+1} + {}_4 C_2 . a^{4-2} . b^{0+2} + {}_4 C_3 . a^{4-3} . b^{0+3} + {}_4 C_4 . a^{4-4} . b^{0+4} \\ &= (1).a^4.b^0 + (4).a^{4-1}.b^{0+1} + (6).a^{4-2}.b^{0+2} + (4).a^{4-3}.b^{0+3} + (1).a^{4-4}.b^{0+4} \\ &= a^4 + 4.a^3.b + 6.a^2.b^2 + 4.a.b^3 + b^4\end{aligned}$$

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

07. Uraikanlah bentuk $(a + 2)^4$

Jawab

$$\begin{aligned}(a + 2)^4 &= {}_4 C_0 . a^4 . 2^0 + {}_4 C_1 . a^{4-1} . 2^{0+1} + {}_4 C_2 . a^{4-2} . 2^{0+2} + {}_4 C_3 . a^{4-3} . 2^{0+3} + {}_4 C_4 . a^{4-4} . 2^{0+4} \\ &= (1).a^4.2^0 + (4).a^3.2^1 + (6).a^2.2^2 + (4).a^1.2^3 + (1).a^0.2^4 \\ &= (1).a^4.(1) + (4).a^3.(2) + (6).a^2.(4) + (4).a^1.(8) + (1).a^0.(16) \\ &= a^4 + 8.a^3 + 24.a^2 + 32.a + 16\end{aligned}$$

08. Uraikanlah bentuk $(2x - y)^3$

Jawab

$$\begin{aligned}(2x - y)^3 &= {}_3 C_0 . (2x)^3 . y^0 - {}_3 C_1 . (2x)^{3-1} . y^{0+1} + {}_3 C_2 . (2x)^{3-2} . 2^{0+2} - {}_3 C_3 . (2x)^{3-3} . y^{0+3} \\ &= (1).(2x)^3.y^0 - (3).(2x)^2.y^1 + (3).(2x)^1.y^2 - (1).(2x)^0.y^3 \\ &= (1).2^3.x^3.(1) - (3).2^2.x^2.y^1 + (3).2^1.x^1.y^2 - (1).(1).y^3 \\ &= (1).(8).x^3.(1) - (3).(4).x^2.y + (3).(2).x^1.y^2 - (1).(1).y^3 \\ &= 8x^3 - 12x^2.y + 6x.y^2 - y^3\end{aligned}$$

Sedangkan suku ke-p dari penguraian bentuk $(a + b)^n$ dapat ditentukan dengan rumus

$$C_{p-1}^n a^{n-p+1} b^{p-1}$$

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

09. Tentukanlah suku ke 4 dari uraian bentuk $(a + b)^8$

Jawab

$(a + b)^8$ Maka $n = 8$

Suku ke 4 maka $p = 4$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga } C_{p-1}^n a^{n-p+1} b^{p-1} &= C_{4-1}^8 a^{8-4+1} b^{4-1} \\ &= C_3^8 a^5 b^3 \\ &= \frac{8!}{3!.5!} a^5 b^3 \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1.5!} a^5 b^3 \\ &= 56a^5 b^3 \end{aligned}$$

10. Tentukanlah suku ke 6 dari uraian bentuk $(2x - y)^9$

Jawab

$(2x - y)^9$ Maka $n = 9$

Suku ke 6 maka $p = 6$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga } C_{p-1}^n a^{n-p+1} b^{p-1} &= C_{6-1}^9 (2x)^{9-6+1} (-y)^{6-1} \\ &= C_5^9 (2x)^4 (-y)^5 \\ &= -\frac{9!}{5!.4!} 2^4 x^4 y^5 \\ &= -\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1.5!} (16).x^4 y^5 \\ &= -126.(16) x^4 y^5 \\ &= -2016 x^4 y^5 \end{aligned}$$

11. Salah satu suku dari penjabaran bentuk $(a + 3b)^6$ adalah $m.a^4.b^2$. Tentukanlah nilai m

Jawab

$(a + 3b)^6$ Maka $n = 6$

$$\text{Sehingga } m.a^4 b^2 = C_{p-1}^n a^{n-p+1} (3b)^{p-1}$$

$$m.a^4 b^2 = C_{p-1}^6 a^{6-p+1} (3b)^{p-1}$$

$$m.a^4 b^2 = C_{p-1}^6 a^{7-p} (3b)^{p-1} \quad \text{maka } p-1 = 2 \longrightarrow p=3$$

$$m.a^4 b^2 = C_{3-1}^6 a^{7-3} (3b)^{3-1}$$

$$m.a^4 b^2 = C_2^6 a^4 (3b)^2$$

$$m.a^4 b^2 = \frac{6!}{2!.4!} a^4 3^2 b^2$$

$$m.a^4 b^2 = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} 9.a^4 b^2$$

$$m.a^4 b^2 = 15(9) a^4 b^2$$

$$m.a^4 b^2 = 135 a^4 b^2$$

Jadi $m = 135$

12. Tentukanlah koefisien suku yang memuat x^3 dari uraian bentuk $(x + 2)^5$

Jawab

$(x + 2)^5$ Maka $n = 5$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga } C_{p-1}^n x^{n-p+1} 2^{p-1} &= C_{p-1}^5 x^{5-p+1} 2^{p-1} \\ &= C_{p-1}^5 x^{6-p} 2^{p-1} \quad \text{maka } 6-p=3 \longrightarrow p=3 \\ &= C_{3-1}^5 x^{6-3} 2^{3-1} \\ &= C_2^5 x^3 2^2 \\ &= \frac{5!}{2!.3!} x^3 (4) \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} (4).x^3 \\ &= 10.(4) x^3 \\ &= 40 x^3 \end{aligned}$$

Jadi koefisien suku yang memuat x^3 adalah 40

SOAL LATIHAN 03

A. Kaidah Pencacahan

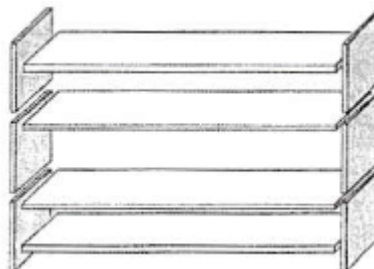
3. Kombinasi

01. Diketahui $P = \{a, b, c, d, e\}$. Berapa banyaknya cara mengambil tiga huruf dari huruf-huruf pada himpunan P jika urutannya tidak diperhatikan ?
- A. 9 cara B. 10 cara C. 18 cara
D. 20 cara E. 5 cara
02. Dari 9 orang berkepandaian sama akan dipilih lima orang untuk menjadi tim bola basket mewakili sekolah mereka. Banyaknya cara pemilihan tersebut adalah...
- A. 126 cara B. 63 cara C. 24 cara
D. 252 cara E. 84 cara
03. Nilai n yang memenuhi ${}_nC_3 = 8 \cdot {}_nC_2$ adalah ...
- A. 13 B. 18 C. 24
D. 26 E. 32
04. Nilai n yang memenuhi ${}_{(2n-2)}C_{(2n-4)} = 15$ adalah...
- A. 2 B. 5 C. 8
D. 10 E. 12
05. Dipusat pelatihan bulu tangkis, terdapat 8 pemain pria dan 6 pemain wanita. Dari pemain-pemain itu akan dipilih 4 pemain pria dan 2 pemain wanita . Banyaknya cara pemilihan pemain tersebut adalah ...
- A. 1.050 cara B. 525 cara C. 422 cara
D. 360 cara E. 240 cara
06. Dari 14 orang anggota tim kesebelasan sepak bola, dua diantaranya khusus sebagai penjaga gawang. Banyaknya komposisi pemain kesebelasan tersebut adalah ...
- A. 132 B. 264 C. 242
D. 322 E. 432
07. Dalam suatu pertemuan yang dihadiri oleh 25 orang, setelah selesai acara mereka saling berjabat tangan. Banyaknya jabatan tangan yang terjadi adalah ...
- A. 200 B. 250 C. 300
D. 350 E. 400
08. Diketahui 10 titik tanpa ada tiga titik yang segaris. Banyaknya garis lurus yang dapat dilukis melalui titik-titik tersebut adalah ...
- A. 35 garis B. 45 garis C. 60 garis
D. 120 garis E. 90 garis

09. Dari 8 titik yang tersedia akan dilukis beberapa segitiga. Jika titik-titik sudut segitiga itu tepat berada pada 8 titik tersebut, maka banyaknya segitiga yang dapat dilukis adalah
- A. 56 segitiga B. 64 segitiga C. 82 segitiga
D. 96 segitiga E. 108 segitiga
10. Dalam sebuah kelas yang terdiri dari 40 siswa, 26 diantaranya putra, akan dipilih 3 orang sebagai pengibar bendera dimana pembawa bendera selalu putri. Banyaknya cara pemilihan tersebut adalah ...
- A. 2560 cara B. 3260 cara C. 3620 cara
D. 4550 cara E. 5240 cara
11. Dari 8 soal yang tersedia, seorang anak diminta untuk menjawab 5 diantaranya. Banyaknya cara pemilihan kelima soal tersebut adalah ...
- A. 42 cara B. 56 cara C. 62 cara
D. 72 cara E. 84 cara
12. Banyaknya diagonal segi 8 beraturan adalah ...
- A. 10 B. 20 C. 26
D. 30 E. 36
13. Rumus banyaknya diagonal segi-n beraturan adalah ...
- A. $\frac{1}{4}(n^2 - 3n)$ B. $\frac{1}{4}(n^2 + 3n)$ C. $\frac{1}{2}(n^2 - 3n)$
D. $\frac{1}{2}(n^2 + 3n)$ E. $\frac{1}{2}(n^2 - 2n)$
14. Dalam pelatnas bulu tangkis terdapat 8 pemain putra dan 6 pemain putri. Berapa banyak pasangan pemain ganda campuran yang dapat dipilih ?
- A. 32 B. 35 C. 42
D. 46 E. 48
15. Dalam sebuah kotak terdapat 8 bola putih dan 5 bola merah. Dari kotak itu akan diambil 6 bola yang terdiri atas 4 bola putih dan 2 bola merah. Banyaknya kemungkinan pengambilan dengan cara itu adalah ...
- A. 1050 cara B. 960 cara C. 840 cara
D. 700 cara E. 640 cara
16. Dalam sebuah keranjang terdapat 4 kelereng merah dan 3 kelereng biru. Jika diambil dua kelereng sekaligus dalam kotak itu, maka banyaknya kemungkinan terambilnya dua kelereng berwarna sama adalah ...
- A. 9 B. 12 C. 18
D. 24 E. 36

17. Seorang murid harus menjawab 8 nomor soal dari 10 nomor soal ulangan. Lima nomor pertama (1 – 5) harus dijawab dan selebihnya boleh memilih dari soal yang tersisa. Banyaknya cara murid tersebut menjawab soal adalah ...
- A. 7 cara B. 8 cara C. 9 cara
D. 10 cara E. 11 cara
18. Jika A adalah himpunan bilangan asli yang terdiri dari 10 anggota, maka banyaknya himpunan bagian dari A yang terdiri dari 3 anggota adalah ...
- A. 40 B. 45 C. 62
D. 84 E. 120
19. Uraian dari bentuk $(a + b)^5$ adalah ...
- A. $a^5 + 6a^4b + 12a^3b^2 + 12a^2b^3 + 6ab^4 + b^5$
B. $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
C. $a^5 + 3a^4b + 9a^3b^2 + 9a^2b^3 + 3ab^4 + b^5$
D. $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 5a^2b^3 + ab^4 + b^5$
E. $a^5 + 6a^4b + 12a^3b^2 + 6a^2b^3 + ab^4 + b^5$
20. Uraian dari bentuk $(2x - y)^4$ adalah ...
- A. $8x^4 - 24x^3y + 32x^2y^2 + 16xy^3 + y^4$
B. $x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$
C. $32x^4 - 24x^3y + 16x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$
D. $16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$
E. $x^4 - 32x^3y + 8x^2y^2 - 16xy^3 + 24y^4$
21. Suku ke enam dari uraian bentuk $(a + b)^{10}$ adalah ...
- A. 124. a^5b^5 B. 132. a^5b^5 C. 252. a^6b^4
D. 132. a^6b^4 E. 252. a^5b^5
22. Suku ke tiga dari uraian bentuk $(x + 3y)^7$ adalah ...
- A. 142. x^4y^3 B. 21. x^5y^2 C. 35. x^5y^2
D. 189. x^5y^2 E. 945 x^4y^3
23. jika koefisien suku ketiga dari uraian bentuk $(x + ay)^3$ adalah 12, maka nilai a =
- A. 2 B. -3 C. -5
D. 4 E. 6
24. Koefisien suku yang memuat x^6 dari penjabaran bentuk $(2 + x)^8$ adalah ...
- A. 421 B. 312 C. 112
D. 124 E. 224
25. Salah satu suku dari penjabaran $(2x + y)^7$ adalah $m.x^4y^3$. Nilai m = ...
- A. 250 B. 560 C. 120
D. 210 E. 240

26. Koefisien x^5y^3 dari penjabaran binom $(x - 2y)^8$ adalah ...
 A. 448 B. 312 C. 224
 D. -224 E. -448
27. Sebuah panitia beranggotakan 4 orang akan dipilih dari kumpulan 4 orang pria dan 7 orang wanita. Bila dalam panitia tersebut diharuskan ada paling sedikit 2 orang wanita, maka banyaknya cara pemilihan adalah
 A. 27 B. 301 C. 330
 D. 672 E. 1008
28. Delapan orang peserta wisata harus menginap dalam 1 kamar dengan dua tempat tidur dan 2 kamar masing masing dengan 3 tempat tidur. Banyak cara penempatan peserta wisata dalam kamar adalah
 A. 560 B. 540 C. 520
 D. 500 E. 480
29. Dari 10 orang perawat yang terdiri dari 7 wanita dan 3 pria akan dibentuk tim yang beranggotakan 5 orang. Jika disyaratkan anggota tim tersebut paling sedikit 2 wanita, maka banyaknya tim yang dapat dibentuk adalah ...
 A. 168 B. 189 C. 210
 D. 231 E. 252
30. Jika C_r^n menyatakan banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen dan $C_3^n = 2n$, maka nilai $C_7^{2n} = \dots$
 A. 160 B. 120 C. 116
 D. 90 E. 80
31. Dalam suatu ulangan siswa harus mengerjakan 8 dari 10 soal yang tersedia dengan syarat nomor 7, 8, 9 dan 10 wajib dikerjakan. Banyak cara siswa mengerjakan soal sisa adalah ...
 A. 6 B. 15 C. 24
 D. 30 E. 45
32. Untuk membuat secara lengkap satu rak sepatu seperti pada gambar, seorang tukang kayu membutuhkan 4 potong panel kayu panjang dan 6 panel kayu pendek. Tukang kayu memiliki persediaan panel kayu panjang dengan 5 pilihan warna dan panel kayu pendek dengan 7 pilihan warna. Jika panel kayu panjang harus dipasangkan dengan warna yang sama demikian juga halnya dengan panel kayu pendek tetapi panel kayu panjang tidak harus sewarna dengan panel kayu pendek, banyak variasi warna rak sepatu yang dapat dibuat adalah ...
 A. 20
 B. 24
 C. 28
 D. 30
 E. 35



PELUANG

A. Peluang Suatu Kejadian

1. Pengertian Percobaan, Ruang Sampel dan Kejadian

Percobaan adalah suatu eksperimen yang hasilnya dapat dicacah

Himpunan dari semua hasil yang mungkin muncul dalam suatu percobaan disebut ruang contoh (Ruang sample). Sedangkan kejadian adalah himpunan bagian ruang contoh

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

01. Pada pelantunan satu buah dadu, tentukanlah :

- (a) Ruang sampel
- (b) Kejadian munculnya mata dadu genap

Jawab

- (a) sebuah dadu mempunyai enam muka (bidang), sehingga ruang sampelnya
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (b) Misalkan A adalah kejadian munculnya mata dadu genap, maka
 $A = \{2, 4\}$

02. Pada pelantunan dua dadu, tentukanlah

- (a) banyaknya anggota ruang sampel
- (b) Kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi 4

Jawab

- (a) $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
Jadi $n(S) = 36$
- (b) Jumlah dua mata dadu paling kecil 2, yakni $\{11\}$ dan paling besar 12, yakni $\{66\}$, sehingga jumlah dua mata dadu yang habis dibagi 4 adalah 4, 8 dan 12. sehingga $A = \{13, 31, 22, 26, 62, 53, 35, 66\}$
Jadi $n(A) = 9$

03. Diketahui himpunan $P = \{a, b, c, d, e\}$. Jika dari himpunan P tersebut diambil dua huruf tanpa memperhatikan urutannya, maka tentukanlah :

- (a) Banyaknya anggota ruang sampel
- (b) Kejadian terambilnya dua huruf vocal
- (c) Kejadian terambilnya dua huruf konsonan

Jawab

(a) $n(S) = {}_5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5!}{2! \cdot 3!} \\
 &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, kesepuluh anggota ruang sampel adalah :

$S = \{ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de\}$

$$\begin{aligned}
 \text{(b) } n(A) &= {}_2C_2 = \frac{2!}{2! \cdot (2-2)!} \\
 &= \frac{2!}{2! \cdot 0!} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, anggota kejadian A adalah : $A = \{ae\}$

$$\begin{aligned}
 \text{(c) } n(S) &= {}_3C_2 = \frac{3!}{2! \cdot (3-2)!} \\
 &= \frac{3!}{2! \cdot 1!} \\
 &= \frac{3 \times 2!}{1 \times 2!} \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, ketiga anggota kejadian B adalah :

$B = \{bc, bd, cd\}$

04. Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Jika dari himpunan A tersebut diambil dua angka dengan memperhatikan urutan, maka tentukanlah :

(a) Banyaknya anggota ruang sampel

(b) Kejadian terambilnya dua angka genap

(c) Kejadian terambilnya dua angka ganjil

Jawab

$$\begin{aligned}
 \text{(a) } n(S) &= {}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} \\
 &= \frac{5!}{3!} \\
 &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, kesepuluh anggota ruang sampel adalah :

$S = \{12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54\}$

$$\begin{aligned}
 \text{(b) } n(A) &= {}_2P_2 = \frac{2!}{(2-2)!} \\
 &= \frac{2!}{0!} \\
 &= 2 \times 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, anggota kejadian A adalah : $A = \{24, 42\}$

$$\begin{aligned}
 \text{(c) } n(S) &= {}_3P_2 = \frac{3!}{(3-2)!} \\
 &= \frac{3!}{1!} \\
 &= \frac{3 \times 2 \times 1}{1} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

Jika dicacah, ketiga anggota kejadian B adalah $B = \{13, 15, 31, 35, 51, 53\}$

2. Peluang Suatu Kejadian

Bila Suatu kejadian A dapat terjadi dalam $n(A)$ cara dari seluruh $n(S)$ cara yang mungkin, maka peluang (probabilitas) kejadian A dirumuskan:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Nilai peluang yang paling rendah adalah 0 yaitu peluang suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi, dan nilai peluang yang paling tinggi adalah 1 yaitu peluang suatu kejadian yang pasti terjadi

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

05. Sebuah dadu dilantunkan satu kali. Tentukanlah peluang munculnya mata dadu ganjil

Jawab

$$n(S) = 6$$

$$n(A) = 3$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

06. Dua buah dadu dilantunkan satu kali. Tentukanlah peluang munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi 5

Jawab

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{14, 41, 32, 23, 64, 46, 55\} \quad \text{maka } n(A) = 7$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$$

07. Terdapat empat buah kartu dalam suatu kotak yang masing-masing ditulis angka 1, 2, 3 dan 4. Jika diambil dua buah kartu sekaligus secara acak dari dalam kotak tersebut. tentukanlah peluang terambilnya kedua kartu dengan masing-masing angka genap.

Jawab

$$S = \{12, 13, 14, 23, 24, 34\} \text{ maka } n(S) = 6$$

$$A = \{24\} \text{ maka } n(A) = 1$$

$$\text{Jadi } P(A) = 1/6$$

08. Tiga buah angka diambil secara acak dari angka-angka pada himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Jika urutannya tidak diperhatikan tentukanlah peluang terambilnya ketiganya angka genap.

Jawab

$$\begin{aligned} n(S) &= {}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} \\ &= \frac{8!}{3! \cdot 5!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!} \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A) &= {}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} \\ &= \frac{4!}{3! \cdot 1!} \\ &= \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$$

09. Empat buah uang logam dilantunkan serentak satu kali. Tentukanlah peluang munculnya dua "Gambar" pada pelantunan tersebut

Jawab

$$n(S) = 2^4 = 16$$

Jika dicacah, keenam belas anggota ruang sampel adalah :

$$S = \{GGGG, GGGA, GGAG, GAGG, AGGG, GGAA, GAGA, AAGG, AGAG, AGGA, GAAG, GAAA, AGAA, AAGA, AAAG, AAAA\}$$

$$n(A) = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 6$$

Jika dicacah, keenam anggota kejadian A adalah : $A = \{ GGAA, GAGA, AAGG, AGAG, AGGA, GAAG \}$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

10. Dari delapan orang calon pengurus suatu yayasan yang terdiri dari 5 pria dan 3 wanita akan dipilih 3 orang untuk menjadi ketua, sekretaris dan bendahara. Tentukanlah peluang terpilihnya lelaki semua dari ketiga jabatan tersebut

Jawab

$$\begin{array}{lcl} \text{Pria} & = 5 \text{ diambil } 3 & \longrightarrow {}_5P_3 = 60 \\ \text{Wanita} & = 3 \text{ diambil } 0 & \longrightarrow {}_3P_0 = 1 \\ \text{Total} & = 8 \text{ diambil } 3 & \longrightarrow {}_8P_3 = 336 \longrightarrow n(S) = 336 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Pria} \\ \text{Wanita} \end{array}} \right\} n(A) = 60 \times 1 = 60$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{60}{336} = \frac{5}{28}$$

11. Lima orang remaja terdiri dari 3 pria dan 2 wanita, akan berdiri secara acak membentuk satu barisan. Tentukanlah peluang formasi barisan mereka berselang-seling antara pria dan wanita

Jawab

$$n(S) = P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$n(A) = P_3 \times P_2 = 6 \times 2 = 12$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

12. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola putih dan 3 bola hitam. Jika diambil 4 bola dari dalam kotak itu, tentukanlah peluang terambilnya dua bola putih dan dua bola hitam.

Jawab

$$\begin{array}{lcl} \text{Putih} & = 5 \text{ diambil } 2 & \longrightarrow {}_5P_2 = 10 \\ \text{Hitam} & = 3 \text{ diambil } 2 & \longrightarrow {}_3P_2 = 3 \\ \text{Total} & = 8 \text{ diambil } 4 & \longrightarrow {}_8P_4 = 70 \longrightarrow n(S) = 70 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Putih} \\ \text{Hitam} \end{array}} \right\} n(A) = 10 \times 3 = 30$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{30}{70}$$

$$P(A) = \frac{3}{7}$$

13. Di suatu sekolah terdapat 10 calon pemain voli yang terdiri dari tiga orang kelas X, dua orang kelas XI dan lima orang kelas XII. Jika dipilih 6 siswa secara acak, tentukanlah peluang yang terpilih adalah dua siswa kelas X, dua kelas XI dan dua kelas XII

Jawab

$$\begin{array}{lcl} \text{Kelas X} & = & 3 \text{ diambil } 2 \longrightarrow {}_3P_2 = 3 \\ \text{Kelas XI} & = & 2 \text{ diambil } 2 \longrightarrow {}_2P_2 = 1 \\ \text{Kelas XII} & = & 5 \text{ diambil } 2 \longrightarrow {}_5P_2 = 10 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Kelas X} \\ \text{Kelas XI} \\ \text{Kelas XII} \end{array}} \right\} n(A) = 3 \times 1 \times 10 = 30$$

$$\text{Total} = 10 \text{ diambil } 6 \longrightarrow {}_{10}P_6 = 210 \quad n(S) = 210$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}$$

Bila $P(A)$ adalah peluang kejadian A dan $P(A^c)$ adalah peluang kejadian bukan A (dibaca komplement kejadian A), maka berlaku hubungan :

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

Dalam hal ini berlaku : $P(A^c) = 1 - P(A)$ atau $P(A) = 1 - P(A^c)$

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

14. Pada pelantunan dua dadu sekaligus, tentukanlah peluang munculnya dua mata dadu yang jumlahnya lebih dari 3

Jawab

Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya lebih dari 3 maka A^c adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya kurang dari atau sama dengan 3, artinya dua mata dadu yang jumlahnya 2 atau 3. Maka

$$A^c = \{11, 12, 21\} \quad n(A^c) = 3 \quad \text{dan } n(S) = 36$$

$$\text{Jadi } P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{36}$$

$$P(A) = \frac{33}{36}$$

$$P(A) = \frac{11}{12}$$

15. Pada pelantunan dua dadu sekaligus, tentukanlah peluang munculnya dua mata dadu yang jumlahnya bukan 5

Jawab

Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya 5 maka A^c adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya bukan 5, Sehingga $A = \{14, 41, 23, 32\}$ dan $n(A) = 4$ serta $n(S) = 36$

Jadi $P(A^c) = 1 - P(A)$

$$P(A^c) = 1 - \frac{4}{36}$$

$$P(A^c) = \frac{32}{36}$$

$$P(A^c) = \frac{8}{9}$$

16. Pada pelantunan tiga buah uang logam sekaligus, tentukanlah peluang munculnya paling sedikit satu “Angka” pada pelantunan itu

Jawab

Jika A adalah kejadian munculnya paling sedikit satu “Angka” pada pelantunan itu maka A^c adalah kejadian munculnya tiga buah uang logam dengan muka “gambar” semua, artinya

$$A^c = \{GGG\} \quad n(A^c) = 1$$

$$\text{dan } n(S) = 2^3 = 8$$

Jadi $P(A^c) = 1 - P(A)$

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{8}$$

$$P(A^c) = \frac{7}{8}$$

17. Dalam sebuah keranjang terdapat empat kelereng kuning dan tiga kelereng hijau. Jika diambil dua kelereng dari dalam keranjang itu, maka tentukanlah peluang terambilnya dua kelereng berwarna sama

Jawab

Jika A adalah kejadian munculnya dua kelerenga berwarna sama maka A^c adalah kejadian munculnya dua kelereng yang berlainan warna, artinya

$$n(A^c) = {}_4C_1 \times {}_3C_1 = 4 \times 3 = 12$$

$$n(S) = {}_7C_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 1 \times 5!} = 21$$

Jadi $P(A^c) = 1 - P(A)$

$$P(A^c) = 1 - \frac{12}{21}$$

$$P(A^c) = \frac{9}{21}$$

$$P(A^c) = \frac{3}{7}$$

Frekwensi harapan munculnya kejadian A adalah hasil kali peluang kejadian A dan banyaknya percobaan (n kali percobaan).

$$\text{Atau} \quad F(A) = n \cdot P(A)$$

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

18. Empat buah uang logam dilantunkan serentak sebanyak 640 kali. Tentukanlah frekwensi harapan munculnya tiga “Gambar” pada uang-uang logam tersebut

Jawab

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$n(A) = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4, \text{ yaitu } A = \{AGGG, GAGG, GGAG, GGGA\}$$

$$n = 640$$

$$\text{Jadi } F(A) = 640 \times \frac{4}{16} = 160 \text{ kali}$$

19. Sebuah kendaraan diuji sebanyak 24 kali untuk mengetahui kualitas kelayakan mesinnya. Jika peluang nya lulus adalah $\frac{2}{3}$, maka berapa kalikah kendaraan itu lulus dalam 24 kali pengujian tersebut ?

Jawab

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$n = 24$$

$$\text{Jadi } F(A) = 24 \times \frac{2}{3} = 16 \text{ kali}$$

20. Sebuah pesawat udara mengangkut 150 orang penumpang dari Yogyakarta ke Ujung Pandang. Jika cuaca buruk dan peluang setiap penumpang untuk selamat dalam penerbangan itu adalah $\frac{2}{5}$ maka berapa penumpangkah diperkirakan akan meninggal jika pesawat mengalami kecelakaan ?

Jawab

Jika $P(A)$ adalah peluang setiap penumpang untuk selamat dalam penerbangan itu maka $P(A^c)$ adalah peluang setiap penumpang akan meninggal dalam penerbangan itu, maka

$$P(A^c) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Sehingga } F(A^c) = 150 \times \frac{3}{5} = 90 \text{ penumpang}$$

21. Sebuah dadu dan dua uang logam dilantunkan serentak sebanyak 160 kali. Dari pelantunan itu berapa kalikah diharapkan munculnya satu “Gambar” dan satu “Angka” pada uang logam ?

Jawab

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 = 24$$

$$A = \{ GA1, GA2, GA3, GA4, GA5, GA6, AG1, AG2, AG3, AG4, AG5, AG6 \}$$

$$\text{maka } n(A) = 12$$

$$n = 160$$

$$\text{Jadi } F(A) = 160 \times \frac{12}{24} = 80 \text{ kali}$$

SOAL LATIHAN 04

D. Peluang Suatu Kejadian

01. Sebuah huruf diambil secara acak dari huruf-huruf P, E, L, U, A, N, G. Peluang yang terambil adalah huruf vokal adalah ...
A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{3}{14}$
D. $\frac{5}{14}$ E. $\frac{4}{9}$
02. Sepasang suami istri bermaksud mengikuti KB. Mereka berharap memiliki tiga anak, yakni lelaki semua. Peluang keinginan mereka terpenuhi adalah ...
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$
D. $\frac{2}{7}$ E. $\frac{2}{5}$
03. Sebuah dadu dilantunkan satu kali. Peluang munculnya mata dadu habis dibagi 3 adalah...
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{2}{5}$
04. Pada pelantunan dua dadu sekaligus, peluang munculnya dua mata dadu yang jumlahnya lebih dari 9 adalah ...
A. $\frac{3}{13}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{5}{13}$
D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{5}{18}$
05. Dua buah dadu dilantunkan serentak satu kali. Peluang munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi 6 adalah ...
A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{4}{18}$ C. $\frac{5}{13}$
D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{5}{18}$
06. Pada pelantunan sebuah dadu sebanyak dua kali, peluang munculnya mata dadu 5 pada pelantunan pertama adalah ...
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$
D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{2}{9}$
07. Tiga buah uang logam dilantunkan serentak satu kali. Peluang munculnya paling sedikit dua “gambar” pada pelantunan itu adalah ...
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$
D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{3}{4}$
08. Dua buah uang logam dan sebuah dadu dilantunkan serentak satu kali. Peluang munculnya dua “gambar” pada uang logam dari pelantunan itu adalah ...
A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{3}{5}$

09. Dalam sebuah tas terdapat 6 bola merah dan 4 bola putih. Bila diambil tiga bola sekaligus maka peluang terambilnya bola berwarna merah semua adalah ...
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$
 D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{3}{4}$
10. Dalam sebuah keranjang terdapat 4 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Jika diambil dua kelereng sekaligus, peluang terambilnya satu merah dan satu putih adalah ...
 A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{7}$
 D. $\frac{4}{7}$ E. $\frac{5}{7}$
11. Dari 14 anak 6 diantaranya putri, akan dipilih tiga orang untuk menyanyi. Peluang yang terpilih adalah 2 putra dan 1 putri adalah ...
 A. $\frac{2}{13}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{13}$
 D. $\frac{6}{13}$ E. $\frac{3}{8}$
12. Sebuah rak berisi 4 buku novel, 3 buku ilmiah dan sebuah kamus. Secara acak diambil dua buku. Peluang bahwa yang terambil semuanya novel adalah ...
 A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{1}{7}$
 D. $\frac{3}{14}$ E. $\frac{5}{14}$
13. Sebuah dadu dilantunkan sebanyak 180 kali. Frekwensi harapan munculnya angka 3 atau 5 adalah ...
 A. 30 kali B. 60 kali C. 80 kali
 D. 85 kali E. 95 kali
14. Dalam percobaan melantunkan 4 uang logam 320 kali, frekwensi harapan munculnya dua "gambar" dalam percobaan itu adalah ...
 A. 120 kali B. 60 kali C. 45 kali
 D. 40 kali E. 20 kali
15. Peluang seorang bayi terserang demam berdarah di suatu daerah adalah 0,3. Jika terdapat 400 bayi di daerah itu maka banyaknya bayi yang diperkirakan terserang demam berdarah adalah ...
 A. 240 bayi B. 320 bayi C. 210 bayi
 D. 120 bayi E. 360 bayi
16. Ada seorang pemuda yang setiap harinya dapat tidur dengan 4 cara yaitu menelungkup, berbaring, menghadap ke kiri dan menghadap ke kanan. Jika dihitung dalam 56 hari, maka frekwensi harapan pemuda itu tidur berbaring adalah
 A. 7 B. 14 C. 21
 D. 28 E. 35

17. Dua dadu dilantunkan serentak satu kali. Peluang munculnya dua dadu yang jumlahnya tidak habis dibagi 5 adalah ...
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{9}$
 D. $\frac{8}{9}$ E. $\frac{2}{3}$
18. Dua buah dadu dilantunkan serentak satu kali. Peluang munculnya dua dadu yang jumlahnya maksimal 10 adalah ...
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$
 D. $\frac{5}{6}$ E. $\frac{11}{12}$
19. Dalam sebuah kotak terdapat 3 bola merah dan 5 bola biru. Jika diambil dua bola sekaligus dari dalam kotak itu, maka peluang terambilnya dua bola yang berlainan warnanya adalah ...
- A. $\frac{15}{28}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{5}{14}$
 D. $\frac{11}{28}$ E. $\frac{9}{14}$
20. Dari huruf-huruf A, B, C dan D akan dibentuk susunan dua huruf, dengan huruf-huruf tersebut boleh berulang. peluang yang terambil paling banyak memuat 1 huruf A adalah ...
- A. $\frac{12}{16}$ B. $\frac{15}{16}$ C. $\frac{8}{16}$
 D. $\frac{9}{16}$ E. $\frac{10}{16}$
21. Enam orang siswa berderet membentuk satu barisan. Jika diantara mereka terdapat Budi dan Wati, maka peluang bahwa mereka berdua (Budi dan Wati) duduk dikedua tepi barisan adalah ...
- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{1}{10}$
 D. $\frac{1}{5}$ E. $\frac{4}{15}$
22. Empat pria dan empat wanita duduk berderet satu baris. Berapa peluang mereka duduk berselang-seling (pria dan wanita) ?
- A. $\frac{1}{28}$ B. $\frac{1}{35}$ B. $\frac{2}{35}$
 D. $\frac{3}{28}$ E. $\frac{3}{14}$
23. Seorang ibu hamil akan melahirkan bayi kembar tiga di rumah sakit "Kramat Jati". Peluang ibu tersebut mempunyai anak paling sedikit dua laki-laki adalah ...
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{8}$
 D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{3}{4}$

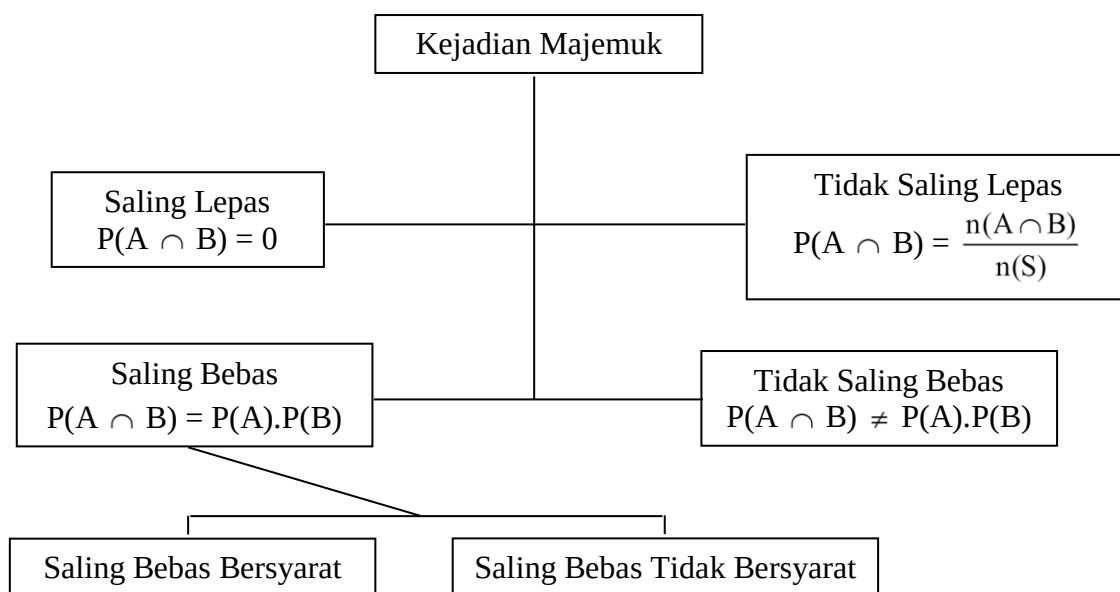
PELUANG

E. Peluang Kejadian Majemuk

Peluang kejadian majemuk adalah rangkaian beberapa kejadian yang dihubungkan dengan “dan” (Dilambangkan dengan $\cap$) serta “atau” (Dilambangkan dengan $\cup$), dan dirumuskan :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Skema pembagian kejadian majemuk



1. Kejadian Majemuk Saling Lepas

Dua kejadian A dan B dikatakan saling lepas jika dua kejadian tersebut tidak dapat terjadi secara bersamaan, atau dengan kata lain tidak saling terkait (tidak mempunyai irisan). Dirumuskan :

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

01. Dua buah dadu dilantunkan serentak satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang habis dibagi 5 dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi 4, maka tentukanlah peluang :

(a) $P(A \cap B)$

(b) $P(A \cup B)$

Jawab

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

$$A = \{5\}, n(A) = 1$$

$$B = \{4\}, n(B) = 1$$

Karena A dan B saling lepas, maka:

$$(a) P(A \cap B) = 0$$

$$(b) P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$$

02. Dua buah dadu dilantunkan serentak satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya 5 dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang hasil kalinya 6, maka tentukanlah peluang :

$$(a) P(A \cap B)$$

$$(b) P(A \cup B)$$

Jawab

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{14, 41, 23, 32\}, n(A) = 4$$

$$B = \{16, 61, 23, 32\}, n(B) = 4$$

$$A \cap B = \{23, 32\}, n(A \cap B) = 2$$

Karena A dan B tidak saling lepas, maka:

$$(a) P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$(b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{36} + \frac{4}{36} - \frac{2}{36}$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{36}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6}$$

03. Sebuah dadu merah dan sebuah dadu putih dilantunkan serentak satu kali.

Tentukanlah peluang munculnya angka 3 pada dadu merah atau angka 5 pada dadu putih

Jawab

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{31, 32, 33, 34, 35, 36\}, n(A) = 6$$

$$B = \{15, 25, 35, 45, 55, 65\}, n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{35\}, n(A \cap B) = 1$$

Karena A dan B tidak saling lepas, maka:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

04. Dalam sebuah keranjang terdapat 4 buah apel merah dan 4 buah apel hijau. Jika diambil tiga buah apel secara acak dari dalam keranjang tersebut, tentukanlah peluang terpilihnya 2 apel merah dan 2 apel hijau

Jawab

Misalkan A adalah kejadian terambilnya 2 apel merah, dan

B adalah kejadian terambilnya 2 apel hijau, maka A dan B saling lepas, Sehingga $P(A \cap B) = 0$

05. Sebuah kantong berisi 5 bola merah dan 2 bola biru. Kantong lain berisi 3 bola merah dan 1 bola biru. Jika sebuah bola diambil secara acak dari salah satu kantong, maka tentukan peluang terambilnya bola biru.

Jawab

$P(1 \text{ biru}) = P(1 \text{ biru pada kantong pertama atau } 1 \text{ biru pada kantong kedua})$

$P(1 \text{ biru}) = P(1 \text{ biru pada kantong pertama}) + P(1 \text{ biru pada kantong kedua})$

$$P(1 \text{ biru}) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{7}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$P(1 \text{ biru}) = \frac{15}{56}$$

2. Kejadian Saling Bebas

Dua kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika muncul atau tidaknya kejadian A tidak mempengaruhi muncul atau tidaknya kejadian B. Dengan kata lain A dan B memiliki keterkaitan tetapi tidak saling mempengaruhi.

Jika dirumuskan secara matematis, maka kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika memenuhi :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

01. Dua dadu dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya 8 dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang hasil kalinya 12, maka selidikilah apakah A dan B saling bebas ?

Jawab

$$A = \{26, 62, 35, 53, 44\}, n(A) = 5$$

$$B = \{34, 43, 62, 26\}, n(B) = 4$$

$$A \cap B = \{62, 26\}, n(A \cap B) = 2$$

$$n(S) = 36$$

$$\text{maka } P(A) \times P(B) = \frac{5}{36} \times \frac{4}{36} = \frac{5}{324}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

Karena $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ maka A dan B **tidak saling bebas**

02. Dua dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya angka 4 pada dadu merah dan B adalah kejadian munculnya angka 6 pada dadu putih, maka selidikilah apakah A dan B saling bebas ?

Jawab

$$A = \{41, 42, 43, 44, 45, 46\}, n(A) = 6$$

$$B = \{16, 26, 36, 46, 56, 66\}, n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{46\}, n(A \cap B) = 1$$

$$n(S) = 36$$

$$\text{maka } P(A) \times P(B) = \frac{6}{36} \times \frac{6}{36} = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Karena $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ maka A dan B **saling bebas**

03. Sebuah dadu dan dua buah uang logam dilantunkan serentak satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua "Angka" pada uang logam dan B adalah kejadian munculnya angka 5 pada mata dadu, maka selidikilah apakah dua kejadian tersebut saling bebas ? dan tentukanlah peluang A atau B !

Jawab

$$A = \{AA1, AA2, AA3, AA4, AA5, AA6\}, n(A) = 6$$

$$B = \{AA5, AG5, GA5, GG5\}, n(B) = 4$$

$$A \cap B = \{AA5\}, n(A \cap B) = 1$$

$$n(S) = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

$$\text{maka } P(A) \times P(B) = \frac{6}{24} \times \frac{4}{24} = \frac{1}{24}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{24}$$

Karena $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ maka A dan B **saling bebas**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{24} + \frac{4}{24} - \frac{1}{24}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{8}$$

04. Misalkan A dan B adalah dua kejadian saling bebas, dimana $P(A) = 2/3$ dan $P(B) = 1/2$. Maka tentukanlah :

(a) $P(A \cup B)$

(b) $P(A \cap B)^c$

(c) $P(A^c \cap B)$

Jawab

(a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}$$

$$= \frac{5}{6}$$

$$(b) P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - P(A) \cdot P(B)$$

$$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$(c) P(A^c \cap B) = P(A^c) \times P(B)$$

$$= [1 - P(A)] \times P(B)$$

$$= [1 - \frac{2}{3}] \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{6}$$

05. Dua orang sahabat Amir dan Budi bermaksud mengikuti ujian masuk perguruan tinggi. Jika peluang Amir lulus $\frac{3}{4}$ dan peluang Budi lulus $\frac{1}{3}$, maka tentukanlah peluang :

- (a) Kedua-duanya tidak lulus
 (b) Amir lulus tetapi Budi tidak lulus

Jawab

Jika $P(A)$ adalah peluang Amir lulus, dan $P(A) = \frac{3}{4}$ maka $P(A^c) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Jika $P(B)$ adalah peluang Budi lulus, dan $P(B) = \frac{1}{3}$ maka $P(B^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

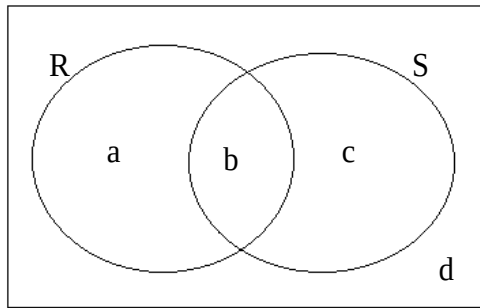
$$(a) P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$(b) P(A \cap B^c) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

06. Dalam sebuah kelas terdiri atas 30 siswa, dimana 16 orang diantaranya menyukai olah raga dan 12 orang menyukai seni serta 6 orang siswa tidak menyukai keduanya. Jika ditunjuk seorang siswa secara acak dalam kelas itu, tentukanlah peluang terpilihnya :

- (a) Siswa yang menyukai keduanya
 (b) Siswa yang menyukai olah raga saja

Jawab



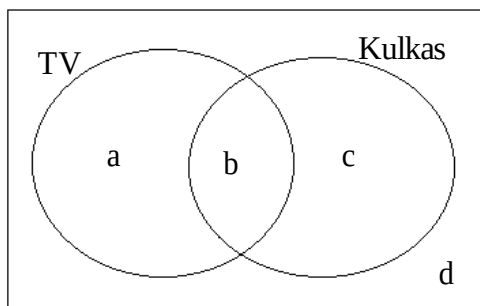
$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 30 \dots\dots\dots (1) \\ a + b &= 16 \dots\dots\dots (2) \\ b + c &= 12 \dots\dots\dots (3) \\ d &= 6 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

(a) Dari (1) (2) (4) diperoleh : $a + b + c + d = 30$
 $16 + c + 6 = 30$ Jadi $c = 8$
 Dari (3) diperoleh $b + 8 = 12$ Jadi $b = 4$
 Jadi $P(A) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

(b) Dari (2) diperoleh $a + 4 = 16$ Jadi $a = 12$
 Sehingga $P(B) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

07. Disuatu wilayah dilakukan survey terhadap kepemilikan TV dan kulkas. Hasilnya ternyata 25% dari penduduk di wilayah tersebut memiliki TV saja (tidak punya kulkas) dan 40% memiliki kulkas saja (tidak punya TV). Sedangkan 20% penduduk tidak memiliki keduanya. Jika dipilih seorang penduduk secara acak, tentukanlah peluang penduduk tersebut memiliki TV dirumahnya

Jawab



$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 100 \dots\dots\dots (1) \\ a &= 25 \dots\dots\dots (2) \\ c &= 40 \dots\dots\dots (3) \\ d &= 20 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

Dari (1) (2) (3) (4) diperoleh : $a + b + c + d = 100$
 $25 + b + 40 + 20 = 100$ Jadi $b = 15$
 Jadi banyaknya penduduk yang mempunyai TV = $a + b = 25 + 15 = 40$ orang.
 Sehingga $P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 40\%$

09. Dalam sebuah kotak terdapat 10 bola merah dan 5 bola putih. Jika diambil dua bola dari dalam kotak tersebut, peluang terambilnya dua bola berwarna sama adalah ...
 A. 10/21 B. 9/36 C. 8/36
 D. 11/21 E. 4/9
10. Dua buah dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya angka 4 pada dadu merah dan B adalah kejadian munculnya angka 3 pada dadu putih, maka A dan B adalah kejadian...
 A. Saling lepas B. saling bebas
 C. Tidak saling bebas D. Saling bebas bersyarat
 E. Saling mengikat
11. Dua buah dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya dua mata dadu berjumlah 4 dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang hasil kalinya 4, maka A dan B adalah kejadian yang...
 A. Saling lepas B. saling bebas C. Tidak saling bebas
 D. Saling bebas bersyarat E. Saling mengikat
12. Dua buah dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya dua mata dadu berjumlah 4 dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu berjumlah 6, maka A dan B adalah kejadian...
 A. Saling lepas B. saling bebas C. Tidak saling bebas
 D. Saling bebas bersyarat E. Saling mengikat
13. Pada soal nomor 12 diatas, nilai peluang majemuk $P(A \cup B) = \dots$
 A. 2/9 B. 1/3 C. 4/9
 D. 5/9 E. 2/3
14. Dua buah dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya angka 4 pada dadu merah dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya 8, maka A dan B adalah kejadian yang...
 A. Saling lepas B. saling bebas C. Tidak saling bebas
 D. Saling bebas bersyarat E.. Saling mengikat
15. Pada soal nomor 14 diatas, nilai peluang majemuk $P(A \cup B) = \dots$
 A. 2/9 B. 1/3 C. 5/18
 D. 5/12 E. 1/6
16. Sebuah dadu dan sebuah uang logam dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya "gambar" pada uang logam dan B adalah kejadian munculnya angka 3 pada dadu, maka A dan B adalah kejadian yang...
 A. Saling lepas B. saling bebas C. Tidak saling bebas
 D. Saling bebas bersyarat E.. Saling mengikat

17. Misalkan A dan B adalah dua kejadian dimana peluang $P(A) = 1/2$ dan $P(B) = 1/3$ serta peluang majemuk $P(A \cup B) = 3/4$, maka A dan B adalah kejadian yang...
- A. Saling lepas B. saling bebas C. Tidak saling bebas
D. Saling bebas bersyarat E.. Saling mengikat
18. Misalkan A dan B adalah dua kejadian yang saling bebas dimana $P(A) = 1/2$ dan $P(B) = 1/3$ maka peluang A atau B adalah ...
- A. $4/5$ B. $2/3$ C. $9/10$
D. $3/10$ E. $3/5$
19. Misalkan A dan B adalah dua kejadian yang saling bebas dimana $P(A) = 1/2$ dan $P(B) = 1/3$ maka peluang A tetapi bukan B adalah ...
- A. $1/9$ B. $1/10$ C. $1/5$
D. $2/9$ E. $1/3$
20. Peluang seorang kakek hidup dalam 5 tahun lagi adalah $1/3$, sedangkan untuk nenek $3/4$. Berapa peluang dalam 5 tahun lagi kakek masih hidup tetapi nenek sudah meninggal ?
- A. $1/12$ B. $1/6$ C. $2/9$
D. $3/10$ E. $2/3$
21. Sebuah mobil yang diuji mempunyai peluang gagal dalam ujian karena lampu $1/4$, karena setir $1/2$ dan karena rem $1/3$. Peluang mobil itu lulus ujian adalah ...
- A. $1/3$ B. $1/2$ C. $1/4$
D. $1/5$ E. $2/5$
22. Hasil survei yang dilakukan terhadap 50 siswa menyatakan bahwa 30 orang gemar matematika, 10 orang gemar fisika tetapi ada 15 orang tidak gemar keduanya. Jika ditunjuk seorang siswa secara acak, maka peluang terpilihnya siswa yang gemar matematika dan fisika adalah ...
- A. $2/5$ B. $1/5$ C. $3/5$
D. $3/10$ E. $1/10$
23. Dari 40 orang siswa, 30 diantaranya menyukai matematika, 18 orang menyukai fisika dan 13 orang menyukai matematika dan fisika. Jika dipilih seorang siswa secara acak, maka peluang terpilihnya siswa yang tidak menyukai keduanya adalah ...
- A. $3/20$ B. $1/8$ C. $7/40$
D. $1/5$ E. $1/4$
24. Dalam sebuah kelas terdapat 10 orang lelaki dimana setengah diantaranya bermata coklat, dan 20 orang wanita yang setengah diantaranya bermata coklat. Jika dipilih seorang secara acak, maka peluang terpilihnya orang yang bermata coklat atau dia seorang lelaki adalah ...
- A. $1/2$ B. $2/3$ C. $2/5$
D. $1/4$ E. $3/5$

25. Hasil survei yang dilakukan pada suatu wilayah terhadap kepemilikan mobil dan sepeda motor diperoleh data sebagai berikut :
- 10 % penduduk tidak memiliki mobil dan sepeda motor
 - 40 % penduduk memiliki sepeda motor
 - 5 % penduduk tidak memiliki mobil tetapi memiliki sepeda motor. Kalau dari wilayah itu diambil satu orang secara acak, maka peluang ia memiliki mobil tetapi tidak memiliki sepeda motor adalah ...
- A. 55 % B. 65 % C. 50 %
D. 40% E. 45 %
26. Sebuah kantong berisi 5 bola merah dan 2 bola biru. Kantong lain berisi 3 bola merah dan 1 bola biru. Jika sebuah bola diambil secara acak dari salah satu kantong, peluang mendapatkan bola biru adalah ...
- A. 15/28 B. 15/56 C. 5/14
D. 3/14 E. 1/14
27. Dari 10 butir telur yang akan dijual terdapat dua butir telur yang busuk. Jika seorang ibu membeli dua butir telur tanpa memilih, maka peluang ibu tersebut mendapat dua butir telur yang baik adalah...
- A. 1/5 B. 11/45 C. 14/45
D. 2/5 E. 28/45
28. Kantong A berisi 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Kantong B berisi 2 kelereng merah dan 6 kelereng putih. Dari masing-masing kantong diambil sebuah kelereng. Peluang bahwa kedua kelereng yang diambil berwarna sama adalah ...
- A. 6/16 B. 7/16 C. 8/16
D. 9/16 E. 10/16
29. Dalam sebuah kotak terdapat 4 bola merah dan 6 bola putih. Dari kotak itu diambil 3 bola sekaligus secara acak. Peluang terambilnya sekurang-kurangnya 1 bola putih adalah ...
- A. 2/3 B. 14/15 C. 29/30
D. 4/5 E. 5/6
30. Dari 50 peserta tes masuk perguruan tinggi diketahui 35 calon lulus matematika, 20 calon lulus fisika dan 10 calon lulus matematika dan fisika. Jika ditunjuk seorang peserta tes secara acak, maka peluang terpilihnya calon yang tidak lulus kedua mata pelajaran itu adalah...
- A. 0 B. 1/10 C. 1/5
D. 3/10 E. 2/5
31. Didalam suatu kotak terdapat 8 bola putih, 5 bola merah dan 1 bola kuning. Akan diambil 3 bola sekaligus secara acak. Peluang terambilnya paling sedikit satu bola berwarna merah adalah ...
- A. 7/13 B. 8/13 C. 9/13
D. 10/13 E. 12/13

32. Kotak A berisi 8 butir obat dengan 3 butir diantaranya cacat dan kotak B berisi 5 butir obat dengan 2 butir diantaranya cacat. Dari masing-masing kotak diambil sebutir obat, peluang bahwa kedua obat yang terambil itu cacat adalah ...
 A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{5}$
 D. $\frac{5}{8}$ E. $\frac{24}{25}$
33. Dalam kantong A terdapat 10 butir telur, 2 diantaranya busuk. Dalam kantong B terdapat 15 butir telur, 3 diantaranya busuk. Ibu menghendaki 5 butir telur dari kantong A dan 5 butir telur dari kantong B yang baik. Peluangnya adalah ...
 A. $\frac{56}{273}$ B. $\frac{48}{273}$ C. $\frac{42}{273}$
 D. $\frac{26}{273}$ E. $\frac{16}{273}$
34. Dalam sebuah kelas terdiri atas 30 siswa, dimana 16 orang diantaranya menyukai olah raga dan 12 orang menyukai seni serta 6 orang siswa tidak menyukai keduanya. Jika ditunjuk seorang siswa secara acak dalam kelas itu, tentukanlah peluang terpilihnya siswa yang menyukai olah raga saja (tidak menyukai seni)
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{5}$
 D. $\frac{5}{9}$ E. $\frac{2}{5}$
35. Ali Baba berhasil menemukan 2005 kunci dan 1 buah peti dengan satu lubang kunci berisi harta karun. Hanya ada satu kunci dari 2005 kunci tersebut yang bias membuka peti harta karun. Ia memberi tanda pada kunci yang telah ia gunakan untuk membuka peti harta karun, sehingga kunci yang telah ia gunakan untuk mencoba, tidak akan digunakan lagi. Berapakah peluang tepat pada percobaan ke-7 ia berhasil membuka peti harta karun tersebut ?
 A. $\frac{1}{2005}$ B. $\frac{7}{2005}$ C. $\frac{1}{7}$
 D. $\frac{1}{1998}$ E. $\frac{1998}{2005}$
36. Satu huruf diambil secara acak masing masing dari kata "MAKAN" dan "MANDI". Peluang terambilnya dua huruf yang berbeda adalah ...
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{50}$ C. $\frac{21}{25}$
 D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{16}{25}$
37. Ali memiliki 11 koin perak dan 1 koin emas. Badu memiliki 12 koin perak . Secara acak 8 koin diambil dari Ali lalu diberika kepada Badu. Kemudian dari 20 koin yang telah dimiliki Badu diambil 8 koin secara acak lalu diberika pada Ali. Berdasarkan kejadian ini, berapakah peluang koin emas ada pada Ali ?
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{3}{5}$
 D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{1}{3}$

PELUANG

F. Kejadian Majemuk Saling bebas Bersyarat

Dua Kejadian A dan B dikatakan bebas bersyarat jika memenuhi syarat saling bebas dan terjadinya secara berturut-turut.

Dirumuskan

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A)$$

Dimana : $P(B / A)$ dibaca Peluang kejadian B setelah A

Dari rumus ini dapat pula diturunkan rumus :

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(A)}{n(S)}} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

$$\text{Jadi } P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

Untuk pemahaman lebih lanjut ikutilah contoh Soal berikut ini :

01. Dua buah dadu dilantunkan serentak satu kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang hasil kalinya 12, dan B adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya 8, tentukanlah :

(a) $P(A/B)$

(b) $P(B/A)$

Jawab

$$A = \{34, 43, 62, 26\}, n(A) = 4$$

$$B = \{26, 62, 53, 35, 44\}, n(B) = 5$$

$$A \cap B = \{26, 62\}, n(A \cap B) = 2$$

Sehingga

$$(a) P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{5}$$

$$(b) P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

02. Dua dadu berwarna merah dan putih dilantunkan serentak satu kali. Misalkan A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang habis dibagi 3 pada dadu merah, dan B adalah kejadian munculnya mata dadu ganjil pada dadu putih, maka tentukanlah

(a) $P(A/B)$

(b) $P(B/A)$

Jawab

$A = \{12, 21, 51, 15, 42, 24, 33, 63, 36, 45, 54, 66\}$, $n(A) = 12$

$B = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 15, 25, 35, 45, 55, 65\}$, $n(B) = 18$

$A \cap B = \{21, 15, 51, 63, 45, 33\}$, $n(A \cap B) = 6$

Sehingga

$$(a) P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$(b) P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

03. Dua dadu dilantunkan serentak satu kali. Jika yang muncul adalah dua mata dadu yang jumlahnya 6, maka berapakah peluang pada salah satu dadu muncul angka 4 ?

Jawab

$B = \{15, 51, 42, 24, 33\}$, $n(B) = 5$

$A \cap B = \{42, 24\}$, $n(A \cap B) = 2$

$$\text{Sehingga } P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{5}$$

04. Sebuah dadu dan dua uang logam dilantunkan serentak satu kali. Jika yang muncul adalah angka 5 pada dadu, maka tentukanlah peluang pada uang logam muncul satu "Angka"

Jawab

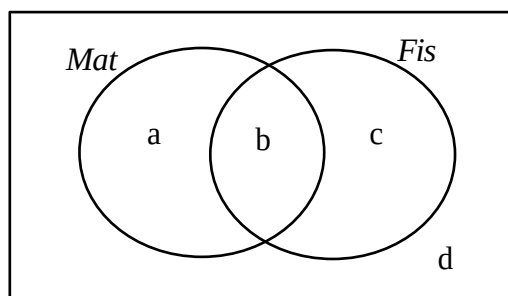
$B = \{AA5, AG5, GA5, GG5\}$, $n(B) = 4$

$A \cap B = \{AG5, GA5\}$, $n(A \cap B) = 2$

$$\text{Sehingga } P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

05. Didalam kelas yang terdiri atas 40 siswa, 34 diantaranya menyukai matematika dan 22 siswa menyukai fisika serta 2 siswa tidak menyukai keduanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, maka tentukan peluang siswa itu menyukai matematika setelah tahu dia menyukai fisika

Jawab



$$a + b + c + d = 40 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a + b = 34 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$b + c = 22 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$d = 2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

Dari (1),(2) dan (4) diperoleh

$$34 + c + 2 = 40 \text{ maka } c = 4$$

$$b + c = 22 \text{ maka } b = 18$$

$$\text{Sehingga } P(M/F) = \frac{n(M \cap F)}{n(F)} = \frac{18}{22} = \frac{9}{11}$$

06. Dalam sebuah kotak terdapat 4 bola hijau dan 6 bola kuning. Jika diambil empat bola satu-persatu dari dalam kotak tersebut, tentukanlah peluang bahwa pada pengambilan pertama dan kedua terambil bola hijau serta pada pengambilan ketiga dan keempat terambil bola kuning. Dimana pengambilan itu disyaratkan bahwa :

(a) Tanpa pengembalian

(b) Dengan pengembalian

Jawab

$$(a) P(H \cap H \cap K \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K) \times P(K)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{5}{7}$$

$$= \frac{1}{14}$$

$$(b) P(H \cap H \cap K \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K) \times P(K)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10}$$

$$= \frac{36}{625}$$

07. Dalam sebuah kantong terdapat 5 bola hitam dan 5 bola putih. Jika dari dalam kantong itu diambil dua bola tiga kali berturut-turut, maka tentukanlah peluang bahwa pada pengambilan pertama, kedua dan ketiga berturut-turut terambil dua bola hitam, dua bola hitam dan dua bola putih. Dimana pengambilan itu disyaratkan bahwa :

(a) Tanpa pengembalian

(b) Dengan pengembalian

Jawab

$$(a) P(H \cap H \cap P) = P(H) \times P(H) \times P(P)$$

$$= \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_8C_2} \times \frac{{}_5C_2}{{}_6C_2}$$

$$= \frac{10}{45} \times \frac{3}{28} \times \frac{10}{15}$$

$$= \frac{1}{63}$$

$$(b) P(H \cap H \cap P) = P(H) \times P(H) \times P(P)$$

$$= \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}$$

$$= \frac{10}{45} \times \frac{10}{45} \times \frac{10}{45}$$

$$= \frac{8}{729}$$

PELUANG

A. Fungsi Distribusi Peluang

Suatu besaran yang hanya bisa mengambil nilai-nilai berbeda dinamakan **variabel**. Sedangkan **variabel diskrit** adalah variabel yang diperoleh dari kegiatan membilang sehingga mempunyai nilai-nilai bulat. Jika variabel diskrit tersebut diperoleh dari suatu eksperimen acak, maka dinamakan **variabel diskrit acak**.

Sebagai contoh, pelantunan tiga buah uang logam dimana setiap uang logam berkemungkinan muncul angka (A) atau gambar (G).

Kegiatan ini memiliki ruang sampel $S = \{GGG, GGA, GAG, AGG, GAA, AGA, AAG, GGG\}$, sehingga $n(S) = 8$.

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan banyaknya muncul angka.

Maka : $X = 0 : \{GGG\}$ $n(X = 0) = 1$ sehingga $P(X = 0) = 1/8$

$X = 1 : \{AGG, GAG, GGA\}$ $n(X = 1) = 3$ sehingga $P(X = 1) = 3/8$

$X = 2 : \{GAA, AGA, AAG\}$ $n(X = 2) = 3$ sehingga $P(X = 2) = 3/8$

$X = 3 : \{AAA\}$ $n(X = 3) = 1$ sehingga $P(X = 3) = 1/8$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	0	1	2	3	Lainnya	Total
P(X)	1/8	3/8	3/8	1/8	0	1

Tabel distribusi probabilitas haruslah mempunyai nilai total 1. Artinya jumlah distribusi peluang munculnya angka pada pelantunan tiga buah uang logam haruslah 1.

Dari tabel distribusi probabilitas diatas dapat dibuat fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} 1/8, & \text{jika } x = 0, 3 \\ 3/8, & \text{jika } x = 1, 2 \\ 0, & \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

Dari uraian diatas disimpulkan bahwa Suatu fungsi $F(X)$ dikatakan fungsi distribusi probabilitas jika memenuhi syarat sebagai berikut :

(1) $X_1, X_2, X_3, \dots$, dan X_n adalah kejadian yang saling lepas

(2) $P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) + \dots + P(X_n) = 1$

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya genap.

Jawab

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan jumlah dua mata mata dadu yang menunjukkan angka genap, maka :

Ruang sampel $n(S) = 36$

$X = 2$:	$\{(1,1)\}$	$n(X = 2) = 1$ sehingga $P(X = 2) = 1/36$
$X = 4$:	$\{(1,3),(3,1),(2,2)\}$	$n(X = 4) = 3$ sehingga $P(X = 4) = 1/12$
$X = 6$:	$\{(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)\}$	$n(X = 6) = 5$ sehingga $P(X = 6) = 5/36$
$X = 8$:	$\{(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)\}$	$n(X = 8) = 5$ sehingga $P(X = 8) = 5/36$
$X = 10$:	$\{(4,6),(6,4),(5,5)\}$	$n(X = 10) = 3$ sehingga $P(X = 10) = 1/12$
$X = 12$:	$\{(6,6)\}$	$n(X = 12) = 1$ sehingga $P(X = 12) = 1/36$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	2	4	6	8	10	12	Lainnya	Total
$P(X)$	1/36	1/12	5/36	5/36	1/12	1/36	1/2	1

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$f(x) = \begin{cases} 1/36 & , \text{ jika } x = 2, 12 \\ 1/12 & , \text{ jika } x = 4, 10 \\ 5/36 & , \text{ jika } x = 6, 8 \\ 1/2 & , \text{ jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

02. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya lebih dari 8.

Jawab

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan jumlah dua mata mata dadu yang menunjukkan nilai lebih dari 8, maka :

Ruang sampel $n(S) = 36$

$X = 9$:	$\{(4,5),(5,4),(6,3),(3,6)\}$	$n(X = 9) = 4$ sehingga $P(X = 9) = 1/9$
$X = 10$:	$\{(6,4),(4,6),(5,5)\}$	$n(X = 10) = 3$ sehingga $P(X = 10) = 1/12$
$X = 11$:	$\{(6,5),(5,6)\}$	$n(X = 11) = 2$ sehingga $P(X = 11) = 1/18$
$X = 12$:	$\{(6,6)\}$	$n(X = 12) = 1$ sehingga $P(X = 12) = 1/36$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	9	10	11	12	Lainnya	Total
$P(X)$	1/9	1/12	1/18	1/36	13/18	1

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} 1/9 & , \quad \text{jika } x = 9 \\ 1/12 & , \quad \text{jika } x = 10 \\ 1/18 & , \quad \text{jika } x = 11 \\ 1/36 & , \quad \text{jika } x = 12 \\ 13/18 & , \quad \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

Fungsi diatas dapat juga dinyatakan dalam bentuk lain, yakni :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{13-x}{36} & , \quad \text{jika } 9 \leq x \leq 12 \\ 13/18 & , \quad \text{jika } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

03. Sebuah kotak berisi 4 bola kuning, 2 bola merah dan 4 bola putih. Jika diambil tiga bola sekaligus dari dalam kotak tersebut, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang terambilnya bola putih.

Jawab

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan banyaknya terambil bola putih, maka :

$$\text{Ruang sampel } n(S) = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10.9.8}{3.2.1} = 120$$

$$X = 0 : n(X = 0) = {}_4C_0 \times {}_6C_3 = \left(\frac{4!}{0!4!} \right) \left(\frac{6!}{3!3!} \right) = (1)(20) = 20, \quad P(X) = \frac{1}{6}$$

$$X = 1 : n(X = 1) = {}_4C_1 \times {}_6C_2 = \left(\frac{4!}{1!3!} \right) \left(\frac{6!}{2!4!} \right) = (4)(15) = 60, \quad P(X) = \frac{1}{2}$$

$$X = 2 : n(X = 2) = {}_4C_2 \times {}_6C_1 = \left(\frac{4!}{2!2!} \right) \left(\frac{6!}{1!5!} \right) = (6)(6) = 36, \quad P(X) = \frac{3}{10}$$

$$X = 3 : n(X = 3) = {}_4C_3 \times {}_6C_0 = \left(\frac{4!}{3!1!} \right) \left(\frac{6!}{0!6!} \right) = (4)(1) = 4, \quad P(X) = \frac{1}{30}$$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

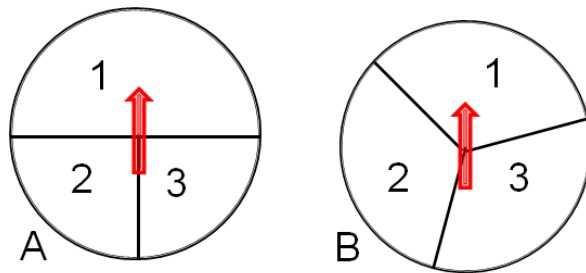
X	0	1	2	3	Lainnya	Total
P(X)	1/6	1/2	3/10	1/30	0	1

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} 1/6 & , \quad \text{jika } x = 0 \\ 1/2 & , \quad \text{jika } x = 1 \\ 3/10 & , \quad \text{jika } x = 2 \\ 1/30 & , \quad \text{jika } x = 3 \\ 0 & , \quad \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

04. Dua buah papan berbentuk lingkaran dibawah ini diputar satu kali. Misalkan X_1 menyatakan angka yang muncul pada papan A, dan X_2 menyatakan angka yang muncul pada papan B, serta fungsi $Y = X_1 + X_2$.

Buatlah tabel dan fungsi distribusi peluangnya..



Jawab

Dari gambar pada papan diatas diketahui bahwa:

Daerah A1 luasnya setengah dari papan A, sehingga $P(X_1 = 1) = P(A1) = 1/2$

Daerah A2 luasnya seperempat dari papan A, sehingga $P(X_1 = 2) = P(A2) = 1/4$

Daerah A3 luasnya seperempat dari papan A, sehingga $P(X_1 = 3) = P(A3) = 1/4$

Daerah B1 luasnya sepertiga dari papan B, sehingga $P(X_2 = 1) = P(B1) = 1/3$

Daerah B2 luasnya sepertiga dari papan B, sehingga $P(X_2 = 2) = P(B2) = 1/3$

Daerah B3 luasnya sepertiga dari papan B, sehingga $P(X_2 = 3) = P(B3) = 1/3$

Sehingga :

$$P(Y = 2) = P(Y = 1 + 1) = P(A1 \cap B1) = P(A1).P(B1) = (1/2)(1/3) = 1/6$$

$$\begin{aligned} P(Y = 3) &= P(Y=1+2 \text{ atau } Y=2+1) \\ &= P(A1 \cap B2) + P(A2 \cap B1) \\ &= P(A1).P(B2) + P(A2).P(B1) \\ &= (1/2)(1/3) + (1/4)(1/3) \\ &= 1/6 + 1/12 \\ &= 1/4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Y = 4) &= P(Y=1+3 \text{ atau } Y=3+1 \text{ atau } Y=2+2) \\ &= P(A1 \cap B3) + P(A3 \cap B1) + P(A2 \cap B2) \\ &= P(A1).P(B3) + P(A3).P(B1) + P(A2).P(B2) \\ &= (1/2)(1/3) + (1/4)(1/3) + (1/4)(1/3) \\ &= 1/6 + 1/12 + 1/12 \\ &= 1/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(Y = 5) &= P(Y=3+2 \text{ atau } Y=2+3) \\
 &= P(A_3 \cap B_2) + P(A_2 \cap B_3) \\
 &= P(A_3).P(B_2) + P(A_2)P(B_3) \\
 &= (1/4)(1/3) + (1/4)(1/3) \\
 &= 1/12 + 1/12 \\
 &= 1/6
 \end{aligned}$$

$$P(Y = 6) = P(Y = 3 + 3) = P(A_3 \cap B_3) = P(A_3).P(B_3) = (1/4)(1/3) = 1/12$$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

Y	2	3	4	5	6	Lainnya	Total
P(Y)	1/6	1/4	1/3	1/6	1/12	0	1

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} \frac{y}{12} , & \text{jika } x = 2, 3, 4 \\ \frac{7-y}{12} , & \text{jika } x = 5, 6 \\ 0 , & \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

PELUANG

A. Distribusi Binomial

Bentuk eksponen binomial adalah bentuk eksponen dengan dua variabel, yakni $(a + b)^n$
Bentuk ini dapat dapat diuraikan dengan konfigurasi Segitiga Pascal, yaitu

$$\begin{array}{l}
 (a + b)^0 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \\
 (a + b)^1 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \quad 1 \\
 (a + b)^2 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 (a + b)^3 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 (a + b)^4 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 (a + b)^5 \text{ -----} \rightarrow \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

Sehingga bentuk $(a + b)^3$ dan $(a + b)^4$ misalnya, dapat diuraikan menjadi bentuk polinom sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (a + b)^3 &= 1.a^3.b^0 + 3.a^{3-1}.b^{0+1} + 3.a^{3-2}.b^{0+2} + 1.a^{3-3}.b^{0+3} \\
 &= a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3 \\
 (a + b)^4 &= 1.a^4.b^0 + 4.a^{4-1}.b^{0+1} + 6.a^{4-2}.b^{0+2} + 4.a^{4-3}.b^{0+3} + .a^{4-4}.b^{0+4} \\
 &= a^4 + 4.a^3.b + 6.a^2.b^2 + 4.a.b^3 + b^4
 \end{aligned}$$

Dengan aturan kombinasi, uraian polinom bentuk $(a + b)^n$ dapat ditentukan dengan rumus **Binomial Newton**, yaitu :

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n {}_nC_r . a^{n-r} b^r$$

Sehinga bentuk $(a + b)^3$ dan $(a + b)^4$ misalnya, dapat diuraikan menjadi polinom sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (a + b)^3 &= {}_3C_0.a^3.b^0 + {}_3C_1.a^{3-1}.b^{0+1} + {}_3C_2.a^{3-2}.b^{0+2} + {}_3C_3.a^{3-3}.b^{0+3} \\
 &= (1).a^3.b^0 + (3).a^{3-1}.b^{0+1} + (3).a^{3-2}.b^{0+2} + (1).a^{3-3}.b^{0+3} \\
 &= a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3 \\
 (a + b)^4 &= {}_4C_0.a^4.b^0 + {}_4C_1.a^{4-1}.b^{0+1} + {}_4C_2.a^{4-2}.b^{0+2} + {}_4C_3.a^{4-3}.b^{0+3} + {}_4C_4.a^{4-4}.b^{0+4} \\
 &= (1).a^4.b^0 + (4).a^{4-1}.b^{0+1} + (6).a^{4-2}.b^{0+2} + (4).a^{4-3}.b^{0+3} + (1).a^{4-4}.b^{0+4} \\
 &= a^4 + 4.a^3.b + 6.a^2.b^2 + 4.a.b^3 + b^4
 \end{aligned}$$

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah suku ke 4 dari uraian polinom bentuk $(p + q)^8$

Jawab

$(p + q)^8$ Maka $n = 8$

Suku ke 4 maka $r = 3$

$$\begin{aligned}\text{Sehingga suku ke-4 adalah } {}_8C_3 \cdot p^{8-3} q^3 &= \frac{8!}{3! \cdot 5!} p^5 q^3 \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \cdot 5!} p^5 q^3 \\ &= 56 p^5 q^3\end{aligned}$$

Eksperimen binomial adalah suatu eksperimen yang memberi hanya dua hasil yang mungkin, yakni “sukses” dan “gagal”. (ditemukan oleh James Bernoulli)

Variabel acak X adalah jumlah hasil sukses untuk n kali percobaan dalam eksperimen binomial

Jika p adalah peluang sukses dan q adalah peluang gagal dalam setiap kali percobaan, maka berlaku :

$$p + q = 1$$

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini:

02. Pada eksperimen melantunkan Sebuah dadu 4 kali, berapakah banyaknya kejadian 2 kali sukses munculnya mata dadu prima?

Jawab

Misalkan kejadian sukses = S dan kejadian gagal = G, maka untuk 4 kali percobaan diperoleh cacahan : {SSGG, SGSG, SGGG, GSGS, GGSS, GSSG}

Jadi X = 6 kejadian

03. Pada eksperimen melantunkan Sebuah dadu 5 kali, x adalah variabel yang menyatakan banyaknya kejadian sukses munculnya mata dadu 2 atau mata dadu 6 Tentukanlah :

(a) Banyaknya kejadian 3 kali sukses dalam eksperimen itu

(b) Peluang kejadian 3 kali sukses dalam eksperimen itu

(c) Peluang kejadian 1 kali sukses dalam eksperimen itu

Jawab

$$(a) \ n(x = 3) = {}_5C_3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

(b) Misalkan $A = \{2, 6\}$ $n(A) = 2$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(S) = 6$$

$$\text{Maka } P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{Sehingga } p = \frac{1}{3} \quad \text{dan } q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Jadi peluang sukses 3 kali : } P(x=3) = 10 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243}$$

$$(c) n(x = 1) = {}_5C_1 = \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{5 \times 4!}{1 \cdot 4!} = 5$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \text{dan} \quad q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{sehingga} \quad P(x=1) = 5 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{10}{243}$$

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa dalam eksperimen binomial dengan peluang sukses sebesar p dan peluang gagal sebesar $q = 1 - p$ untuk setiap percobaan, maka peluang x sukses dari n percobaan ulang dirumuskan :

$$P(X = x) = {}_nC_x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

Bentuk $P(X = x)$ diatas merupakan **fungsi distribusi binomial**

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

04. Sebuah eksperimen melantunkan dua dadu serentak 5 kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi tiga, maka tentukan peluang sukses 3 kali percobaan dalam eksperimen itu.

Jawab

Diketahui : $n = 5$

$$x = 3$$

maka $A = \{12, 21, 15, 51, 42, 24, 33, 36, 63, 45, 54, 66\}$ $n(A) = 12$ dan $n(S) = 36$.

$$\text{Peluang sukses adalah } p = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Peluang gagal adalah } q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Sehingga peluang sukses 3 kali percobaan dalam eksperimen itu adalah :

$$P(X = 3) = {}_5C_3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{5-3}$$

$$P(X = 3) = \frac{5!}{3!2!} \cdot \left(\frac{1}{27}\right) \cdot \left(\frac{4}{9}\right)$$

$$P(X = 3) = \frac{40}{243}$$

05. Suatu percobaan melantunkan 4 uang logam secara serentak. Jika percobaan itu diulangi sebanyak 5 kali, maka berapa peluang sukses munculnya tiga “gambar” sebanyak dua kali dalam percobaan itu ?

Jawab

Diketahui : $n = 5$ dan $x = 2$

maka $A = \{GGGA, GGAG, GAGG, AGGG\}$ $n(A) = 4$ dan $n(S) = 2^4 = 16$.

$$\text{Peluang sukses adalah } p = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Peluang gagal adalah $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Sehingga peluang sukses 2 kali percobaan dalam eksperimen itu adalah :

$$P(X = 3) = {}_5C_2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5-2}$$

$$P(X = 3) = \frac{5!}{2!3!} \cdot \left(\frac{1}{16}\right) \cdot \left(\frac{27}{64}\right)$$

$$P(X = 3) = \frac{135}{512}$$

06. Sebuah tes terdiri dari 10 pertanyaan pilihan ganda dengan 4 pilihan jawaban. Sebagai suatu eksperimen, anda memilih jawaban secara acak tanpa membaca pertanyaannya. Berapa peluang anda menjawab dengan benar 6 nomor ?

Jawab

Diketahui : $n = 10$ dan $x = 6$

Peluang sukses menjawab benar satu nomor adalah $p = \frac{1}{4}$

Peluang gagal (menjawab salah satu nomor) adalah $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Sehingga peluang sukses menjawab 6 nomor benar dalam eksperimen itu adalah :

$$P(X = 6) = {}_{10}C_6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$$

$$P(X = 3) = \frac{10!}{6!4!} \cdot \left(\frac{3^4}{4^{10}}\right)$$

$$P(X = 3) = 0,016222$$

Dalam eksperimen binomial dengan n kali percobaan ulang dimungkinkan untuk mengetahui peluang sukses paling banyak r kali atau paling sedikit r kali, dimana $r \leq n$, dengan menggunakan rumus :

$$P(X \leq r) = P(X = 1) + P(X = 2) + \dots + P(X = r)$$

dan

$$P(X \geq r) = P(X = r) + P(X = r+1) + \dots + P(X = n)$$

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

07. Salah satu tugas layanan pelanggan dari suatu perusahaan telepon adalah kecepatan melayani gangguan dirumah. Menurut data peluang gangguan pada layanan rumah bisa diperbaiki pada hari pengaduan adalah 0,8.
Untuk enam gangguan pertama yang dilaporkan pada suatu hari tertentu, tentukan peluang paling banyak 4 gangguan bisa diperbaiki pada hari yang sama

Jawab

Diketahui : Peluang sukses $p = 0,8$ dan peluang gagal $q = 1 - 0,8 = 0,2$

Misalkan X adalah banyak gangguan bisa diperbaiki pada hari terima laporan, maka :

$$P(X = 0) = {}_6C_0 \cdot (0,8)^0 \cdot (0,2)^6 = (1)(1)(0,000064) = 0,000064$$

$$P(X = 1) = {}_6C_1 \cdot (0,8)^1 \cdot (0,2)^5 = (6)(0,8)(0,00032) = 0,001536$$

$$P(X = 2) = {}_6C_2 \cdot (0,8)^2 \cdot (0,2)^4 = (15)(0,64)(0,0016) = 0,001536$$

$$P(X = 3) = {}_6C_3 \cdot (0,8)^3 \cdot (0,2)^3 = (20)(0,512)(0,008) = 0,08192$$

$$P(X = 4) = {}_6C_4 \cdot (0,8)^4 \cdot (0,2)^2 = (15)(0,4096)(0,04) = 0,24576$$

Sehingga peluang paling banyak 4 gangguan bisa diperbaiki pada hari terima laporan adalah :

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$P(X \leq 4) = 0,000064 + 0,001536 + 0,001536 + 0,08192 + 0,24576$$

$$P(X \leq 4) = 0,330816$$

08. Suatu paket soal ujian dengan 10 nomor soal pilihan ganda dimana setiap soal mengandung 5 option pilihan jawaban.

Misalkan seorang siswa memilih jawaban secara acak untuk setiap soal, maka berapakah peluang siswa tersebut akan gagal dalam ujian ?

(Anggap siswa tidak lulus jika jawaban benarnya paling banyak 5)

Jawab

Diketahui : Peluang sukses $p = 1/5 = 0,2$ dan peluang gagal $q = 1 - 0,2 = 0,8$

Misalkan X adalah banyak jawaban benar yang diperoleh siswa, maka :

$$P(X = 0) = {}_{10}C_0 \cdot (0,2)^0 \cdot (0,8)^{10} = (1)(1)(0,10737) = 0,10737$$

$$P(X = 1) = {}_{10}C_1 \cdot (0,2)^1 \cdot (0,8)^9 = (10)(0,2)(0,13422) = 0,268435456$$

$$P(X = 2) = {}_{10}C_2 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^8 = (45)(0,04)(0,16777) = 0,301989888$$

$$P(X = 3) = {}_{10}C_3 \cdot (0,2)^3 \cdot (0,8)^7 = (120)(0,008)(0,210) = 0,201326592$$

$$P(X = 4) = {}_{10}C_4 \cdot (0,2)^4 \cdot (0,8)^6 = (210)(0,0016)(0,262) = 0,088080384$$

$$P(X = 5) = {}_{10}C_5 \cdot (0,2)^5 \cdot (0,8)^5 = (252)(0,0003)(0,328) = 0,0264241152$$

Sehingga peluang siswa tersebut akan gagal dalam ujian adalah :

$$P(X \leq 5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$$

$$P(X \leq 5) = 0.10737 + 0.268435456 + 0.301989888 + 0.201326592 + 0.088080384 + 0.0264241152$$

$$P(X \leq 5) = 0.993630617600001$$

09. Suatu pasangan pengantin baru bermaksud memiliki enam anak. Jika keinginan mereka terwujud, maka tentukan peluang lebih banyak anak lelaki daripada anak perempuan yang mereka miliki

Jawab

Diketahui : Peluang sukses $p = 1/2$ dan peluang gagal $q = 1 - (1/2) = 1/2$

Misalkan X adalah banyaknya anak lelaki yang mereka miliki, maka :

$$P(X = 4) = {}_6C_4 \cdot (1/2)^4 \cdot (1/2)^2 = (15)(1/2)^6$$

$$P(X = 1) = {}_6C_5 \cdot (1/2)^5 \cdot (1/2)^1 = (6)(1/2)^6$$

$$P(X = 2) = {}_6C_6 \cdot (1/2)^6 \cdot (1/2)^0 = (1)(1/2)^6$$

Sehingga peluang mereka memiliki lebih banyak anak lelaki adalah :

$$\text{Jadi } P(X \geq 4) = (15 + 6 + 1) (1/2)^6$$

$$P(X \geq 4) = 11/32$$

SOAL LATIHAN 07

G. Distribusi Binomial

01. Pada pelantunan empat buah uang logam serentak satu kali dimana setiap uang logam berkemungkinan muncul angka (A) atau gambar (G), buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya tiga buah gambar (G) pada pelantunan itu
02. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya habis dibagi 3
03. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya kurang dari 6
04. Sebuah kotak berisi 4 bola kuning, 2 bola merah dan 4 bola putih. Jika diambil tiga bola sekaligus dari dalam kotak tersebut, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang terambilnya bola putih
05. Sebuah eksperimen melantunkan dua dadu serentak 4 kali. Jika A adalah kejadian munculnya dua mata dadu yang jumlahnya habis dibagi tiga, maka peluang sukses 2 kali percobaan dalam eksperimen itu adalah ...
06. Suatu percobaan melantunkan 5 uang logam secara serentak. Jika percobaan itu diulangi sebanyak 4 kali, maka berapa peluang sukses munculnya dua “gambar” sebanyak tiga kali dalam percobaan itu ?
07. Sebuah tes terdiri dari 8 pertanyaan pilihan ganda dengan 4 pilihan jawaban. Sebagai suatu eksperimen, anda memilih jawaban secara acak tanpa membaca pertanyaannya. Berapa peluang anda menjawab dengan benar 4 nomor ?
08. Sebuah rumah sakit swasta di Jakarta mempromosikan layanannya dengan jaminan bahwa setiap pasien yang masuk akan sembuh dalam waktu tiga hari (diluar kategori penyakit berat). Menurut data yang ada, ternyata peluang seorang pasien penyakit kategori sedang akan sembuh dalam tiga hari adalah 0,75.
Untuk lima pasien pertama yang masuk pada suatu hari tertentu, tentukan peluang paling banyak 3 pasien akan sembuh dalam 3 hari
09. Suatu undian dengan dua pilihan secara acak (berhasil dan gagal) diikuti oleh beberapa orang peserta di suatu pusat perbelanjaan. Setiap peserta diizinkan mengulangi pengambilan undian itu sebanyak 8 kali, dan akan dinyatakan lulus jika pengambilan “berhasil” lebih banyak daripada “gagal”. Berapakah peluang seseorang yang ikut dalam undian itu akan berhasil ?

10. 10% produksi baut ternyata rusak. Baut-baut itu dijual dalam kotak, setiap kotak berisi 8 buah baut. Berapakah peluang seseorang akan mengambil tidak lebih dari dua yang rusak?