

MODUL **PROGRAM LINIER**



MATEMATIKA WAJIB
KELAS 11 MIPA/IPS

PROGRAM LINIER

A. Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

Pertidaksamaan linier dua variabel yaitu suatu pertidaksamaan yang memuat dua variabel dengan pangkat tertinggi satu.

Penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variabel ini merupakan gambar daerah pada grafik Catesius (sumbu-XY) yang dibatasi oleh suatu garis linier

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah daerah penyelesaian pertidaksamaan linier $2x + y \leq 6$, dengan x dan y anggota real.

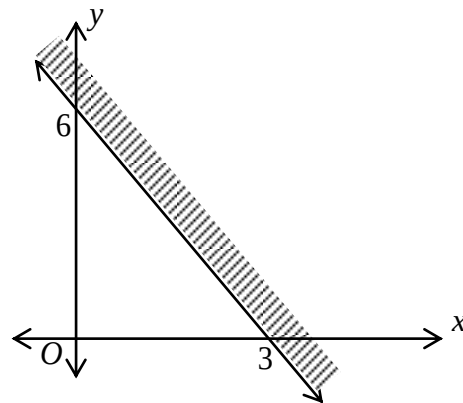
Jawab

Pertama kita lukis garis $2x + y = 6$ dengan bantuan tabel.

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
3	0	(3,0)

Selanjutnya diambil satu titik sembarang sebagai titik uji, misalnya $O(0, 0)$, sehingga diperoleh $2(0) + 0 = 0 \leq 6$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah daerah bagian kiri bawah garis $2x + y = 6$.



02. Tentukanlah daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linier $5x - 4y \leq -20$ dengan x dan y anggota real.

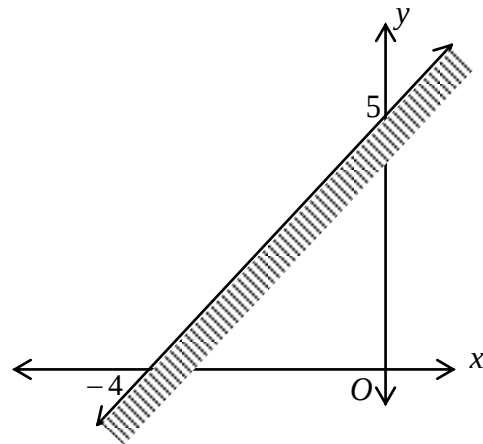
Jawab

Pertama akan dilukis garis $5x - 4y = -20$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

x	y	(x, y)
0	5	(0, 5)
-4	0	(-4, 0)

Selanjutnya diambil satu titik sembarang sebagai titik uji, misalnya $O(0, 0)$, Sehingga diperoleh $5(0) - 4(0) = 0 \geq -20$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah daerah kiri atas garis $5x - 4y = -20$.



Jika beberapa pertidaksamaan linier bergabung dalam satu sistem, maka bentuk tersebut dinamakan *sistem pertidaksamaan linier*, dimana himpunan penyelesaiannya merupakan irisan dari daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan linier.

Untuk pemahaman lebih lanjut akan diuraikan pada contoh soal berikut ini

03. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier :

$$2x + 3y \leq 12, \quad x \geq 1, \quad y \geq 1$$

Jawab

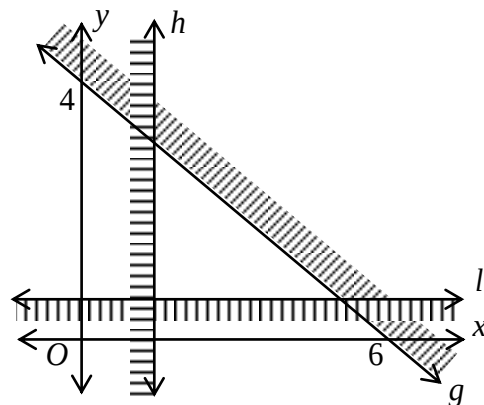
Pertama akan dilukis garis $2x + 3y = 6$, garis $x = 1$ dan garis $y = 1$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

$$2x + 3y = 12 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
6	0	(6,0)

$$x = 1 \dots\dots\dots (h)$$

$$y = 1 \dots\dots\dots (l)$$



Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran

02. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier ;

$$2x + y \leq 8, \quad 4x + 5y \leq 20, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

Jawab

Pertama akan dilukis garis $2x + y = 8$ dan $4x + 5y = 20$ dalam koordinat Cartesius

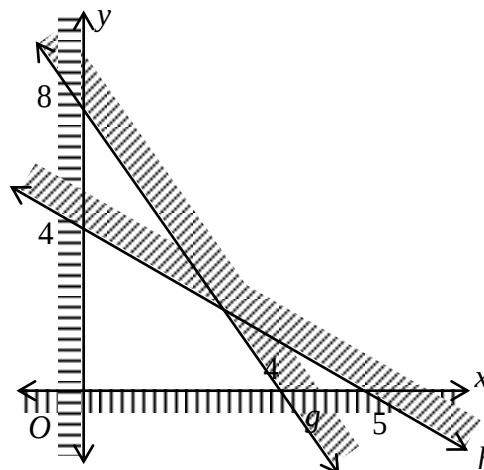
$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	8	(0,8)
4	0	(4,0)

$$4x + 5y = 20 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
5	0	(5,0)

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas arsiran



03. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier ;

$$2x - 3y \geq -6, \quad 3x + 5y \leq 15, \quad y \geq 0$$

Jawab

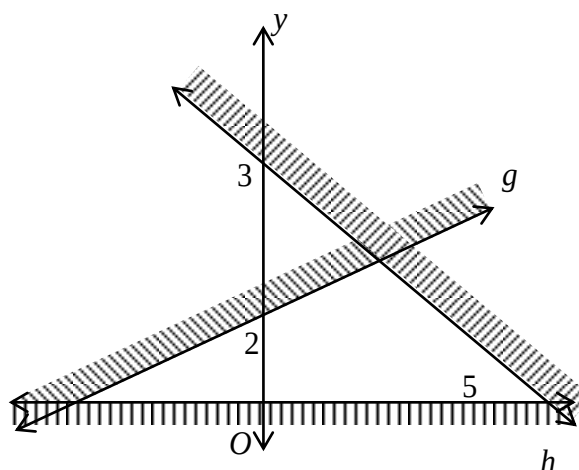
Pertama akan dilukis garis $2x - 3y = -6$, garis $3x + 5y = 15$, garis $y = 0$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

$$2x - 3y = -6 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	2	(0,2)
-3	0	(-3,0)

$$3x + 5y = 15 \dots\dots\dots (h)$$

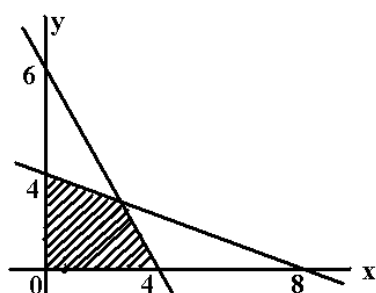
x	y	(x,y)
0	3	(0,3)
5	0	(5,0)



$$y = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-X}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran

04.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Untuk menentukan sistem pertidaksamaan pada gambar di atas, harus ditentukan terlebih dahulu persamaan garis lurus yang menjadi batas-batas daerahnya, yakni dengan menggunakan rumus :

$$\left. \begin{array}{l} (x_1, y_1) \\ (x_2, y_2) \end{array} \right\} \quad \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Pada soal diatas dapat ditentukan

$$\left. \begin{array}{l} (0, 6) \\ (4, 0) \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \frac{y - 6}{0 - 6} &= \frac{x - 0}{4 - 0} \\ \frac{y - 6}{-6} &= \frac{x}{4} \\ 4(y - 6) &= -6x \\ 4y - 24 &= -6x \\ 6x + 4y &= 24 \\ 3x + 2y &= 12 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 4) \\ (8, 0) \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \frac{y - 4}{0 - 4} &= \frac{x - 0}{8 - 0} \\ \frac{y - 4}{-4} &= \frac{x}{8} \\ 8(y - 4) &= -4x \\ 8y - 32 &= -4x \\ 4x + 8y &= 32 \\ x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x + 2y \leq 8$$

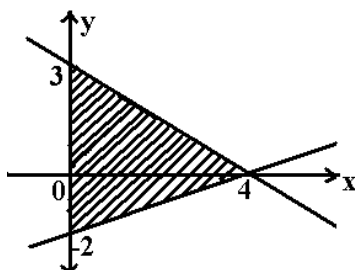
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Catatan : Jika kedua titik yang terletak pada garis lurus tersebut, diketahui berada pada sumbu-X dan sumbu-Y, maka persamaan liniernya dapat ditentukan dengan rumus :

$$\left. \begin{array}{l} (0, a) \\ (b, 0) \end{array} \right\} \quad ax + by = a.b$$

05.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Persamaan garis yang melalui titik (4,0) dan (0, 3) adalah

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3) \\ (4, 0) \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} 3x + 4y &= (3)(4) \\ 3x + 4y &= 12 \end{aligned}$$

Persamaan garis yang melalui titik (4,0) dan (0, 3) adalah

$$\begin{array}{l} (0, -2) \\ (4, 0) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -2x + 4y = (-2)(4) \\ -2x + 4y = -8 \\ x - 2y = 4 \end{array} \right.$$

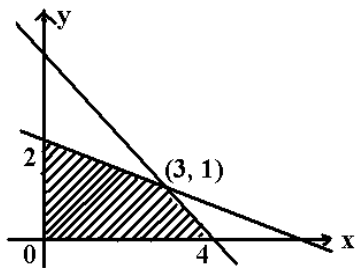
Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$3x + 4y \leq 12$$

$$x - 2y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

06.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Persamaan garis yang melalui titik (4, 0) dan (3, 1)

$$\begin{array}{l} (4, 0) \\ (3, 1) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{y-0}{1-0} = \frac{x-4}{3-4} \\ \frac{y}{1} = \frac{x-4}{-1} \\ y = -(x-4) \\ y = -x + 4 \\ x + y = 4 \end{array} \right.$$

Persamaan garis yang melalui titik (0, 2) dan (3, 1)

$$\begin{array}{l} (0, 2) \\ (3, 1) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{y-2}{1-2} = \frac{x-0}{3-0} \\ \frac{y-2}{-1} = \frac{x}{3} \\ 3y - 6 = -x \\ x + 3y = 6 \end{array} \right.$$

Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$x + y \leq 4$$

$$x + 3y \leq 6$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak sekali masalah-masalah yang penyelesaiannya menggunakan sistem pertidaksamaan linier ini. Proses menyelesaikan masalah sehari-hari dengan menggunakan sistem pertidaksamaan linier ini dinamakan **Program Linier**. Tentu saja, tahap awal proses ini adalah mengubah informasi informasi dalam soal cerita menjadi suatu sistem pertidaksamaan linier. Tahap ini dinamakan tahap menyusun *model matematika*. Setelah itu digambar daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier yang telah diperoleh.

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini.

07. Suatu jenis makanan ternak membutuhkan 5 kg daging dan 3 kg tepung. Makanan ternak jenis lain membutuhkan 6 kg daging dan 8 kg tepung. Jika tersedia daging 60 kg dan tepung 48 kg, sedangkan bahan yang lain cukup tersedia, maka Gambarkanlah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya.

Jawab

Misalkan x = banyaknya makanan ternak jenis pertama

y = banyaknya makanan ternak jenis kedua

maka model matematika dapat ditentukan dengan bantuan tabel

	x	y	Persediaan
Daging	5	6	60
Tepung	3	8	48

Dari tabel di atas dapat disusun sistem pertidaksamaan liniernya, yakni :

$$5x + 6y \leq 60$$

$$3x + 8y \leq 48$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

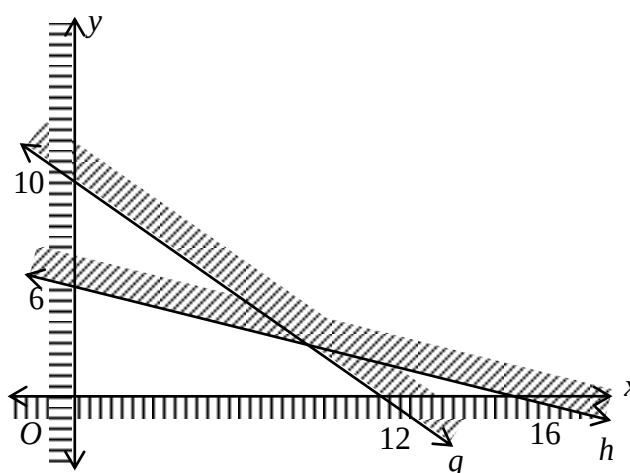
Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$5x + 6y = 60 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	10	$(0,10)$
12	0	$(12,0)$

$$3x + 8y = 48 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	6	$(0,6)$
16	0	$(16,0)$



Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran

08. Seorang pasien dianjurkan untuk memakan makanan yang mengandung paling sedikit 18 gr vitamin A dan 24 gr vitamin B tiap hari. Suatu takaran obat mengandung 6 gr vitamin A dan 4 gr vitamin B. Sedangkan takaran obat jenis lain mengandung 3 gr vitamin A dan 6 gr vitamin B. Jika pasien itu ingin mencampurkan obat tersebut, maka Gambarkanlah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya untuk mendapatkan biaya yang semurah-murahnya

Jawab
 Misalkan x = banyaknya obat jenis pertama
 y = banyaknya obat jenis kedua

maka dengan bantuan tabel diperoleh :

	x	y	Persediaan
Vitamin A	6	3	18
Vitamin B	4	6	24

Dari tabel di atas dapat disusun sistem pertidaksamaan liniernya, yakni :

$$\begin{aligned}
 6x + 3y &\geq 18 &\longrightarrow& 2x + y \geq 6 \\
 4x + 6y &\geq 24 &\longrightarrow& 2x + 3y \geq 12 \\
 x &\geq 0 \\
 y &\geq 0
 \end{aligned}$$

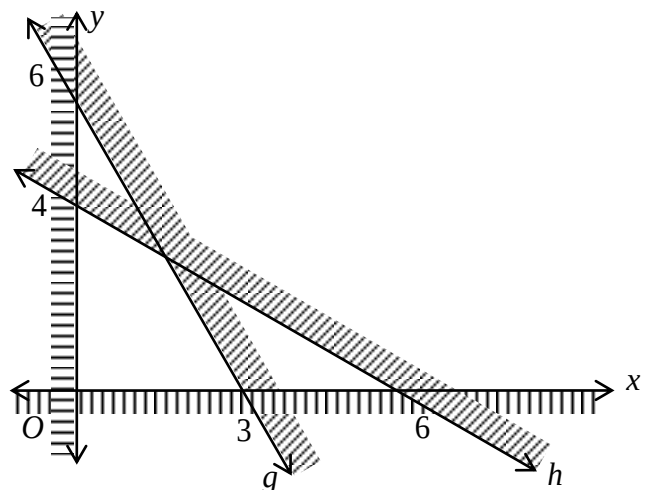
Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$2x + y = 6 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
3	0	(3,0)

$$2x + 3y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
6	0	(6,0)



$$x = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-Y}$$

$$y = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-X}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran

09. Seorang pedagang mainan ingin membeli mainan untuk persediaan di tokonya maksimum 100 paket. Mainan yang akan dibeli adalah jenis A dengan harga Rp 6.000 perpaket dan jenis B seharga Rp. 8.000 perpaket. Uang yang tersedia untuk modal adalah Rp. 720.000. Gambarkanlah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya agar keuntungannya maksimum

Jawab

Misalkan x = banyaknya mainan jenis A

y = banyaknya mainan jenis B

maka sistem pertidaksamaannya dapat ditentukan sebagai berikut :

$$x + y \leq 100 \longrightarrow x + y \leq 100$$

$$6000x + 8000y \leq 720000 \longrightarrow 3x + 4y \leq 360$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

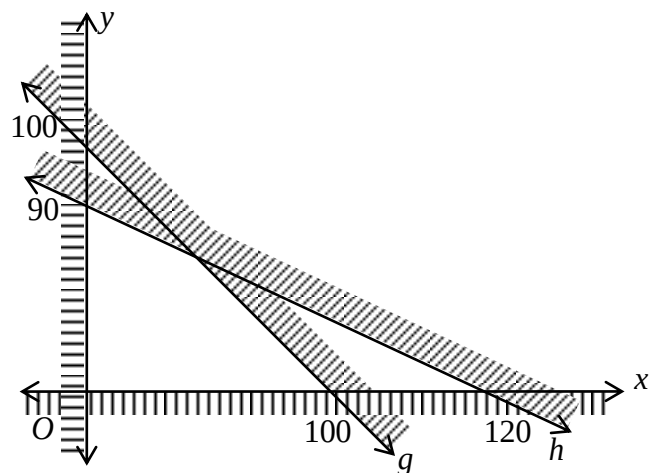
Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$x + y = 100 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	100	(0,100)
100	0	(100,0)

$$3x + 4y = 360 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	90	(0,90)
120	0	(120,0)



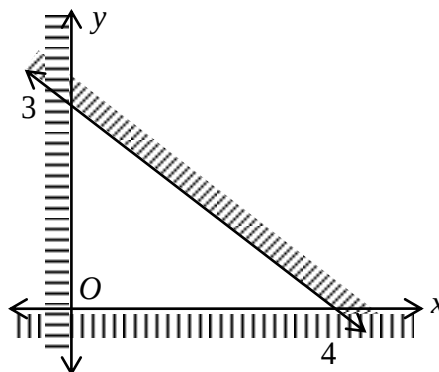
SOAL LATIHAN 01

A. Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

01. Lukislah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan : $3x + y \leq 6$
 $3x + 5y \leq 15$
02. Lukislah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan : $2x + 5y \leq 10$
 $3x + 2y \leq 9$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$
03. Lukislah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan : $5x + 4y \leq 20$
 $x - 3y \leq 6$
 $x \geq 0$
04. Lukislah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan : $x + 4y \leq 8$
 $1 \leq x \leq 5$
 $y \geq 0$

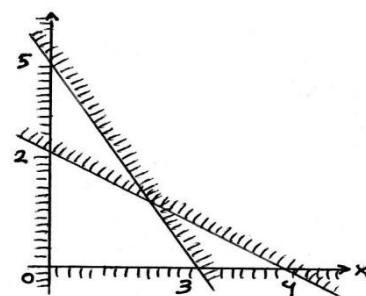
05. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $3x + 4y \geq 12, x \geq 0, y \geq 0$
B. $3x + 4y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$
C. $3x - 4y \geq 12, x \geq 0, y \geq 0$
D. $x - 4y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$
E. $-3x + 4y \geq 0, x \geq 0, y \geq 0$



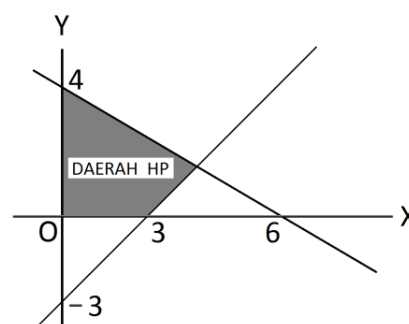
06. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian di samping adalah

- A. $x + 2y \leq 4, 5x + 3y \geq 15, x \geq 0, y \geq 0$
B. $2x + y \leq 4, 3x + 5y \geq 15, x \geq 0, y \geq 0$
C. $x + 2y \leq 4, 5x + 3y \leq 15, x \geq 0, y \geq 0$
D. $x - 2y \geq 4, 5x + 3y \geq 15, x \geq 0, y \geq 0$
E. $2x + y \leq 4, 3x + 5y \leq 15, x \geq 0, y \geq 0$



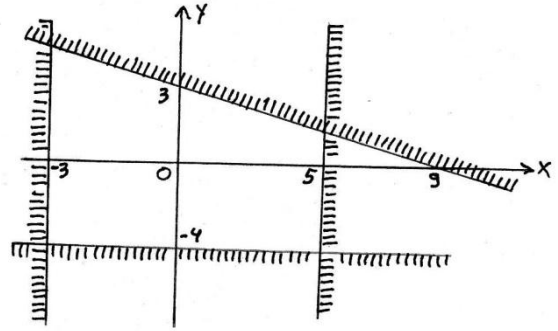
07. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $2x + 3y \leq 12, x - y \leq -3, y \geq 0$
B. $2x + 3y \leq 12, x - y \leq -3, x \geq 0$
C. $2x + 3y \leq 12, x - y \leq 3, y \geq 0$
D. $2x + 3y \leq 12, x - y \leq 3, x \geq 0$
E. $2x + 3y \leq 12, x + y \leq -3, x \geq 0$



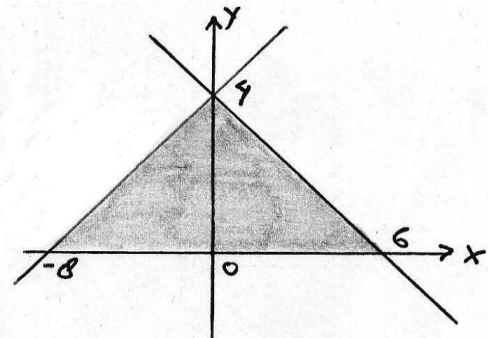
08. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $x + 3y \leq 9$, $-3 \leq x \leq 5$, $x \geq -4$
- B. $x + 3y \geq 9$, $-3 \leq x \leq 5$, $x \geq -4$
- C. $3x + y \leq 9$, $-3 \leq x \leq 5$, $x \geq -4$
- D. $3x + y \geq 9$, $-3 \leq x \leq 5$, $x \geq -4$
- E. $x + 3y \leq 9$, $-3 \leq x \leq 5$, $y \geq -4$



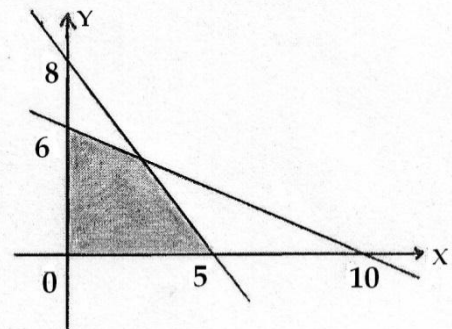
09. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $x - 2y \geq -8$, $2x + 3y \leq 12$, $y \geq 0$
- B. $x - 2y \leq -8$, $2x + 3y \leq 12$, $y \geq 0$
- C. $x - 2y \geq -8$, $2x + 3y \leq 6$, $y \geq 0$
- D. $x - 2y \leq 8$, $2x + 3y \leq 12$, $y \geq 0$
- E. $x - 2y \geq -8$, $2x + 3y \leq 12$, $x \geq 0$



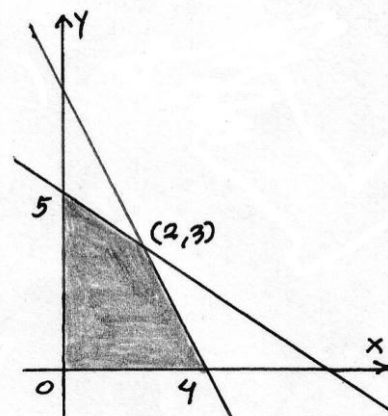
10. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $3x + 5y \leq 30$, $8x + 5y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- B. $3x + 5y \leq 15$, $8x + 5y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- C. $3x + 5y \geq 30$, $8x + 5y \geq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- D. $3x + 5y \geq 15$, $8x + 5y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- E. $3x + 5y \leq 15$, $8x + 5y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



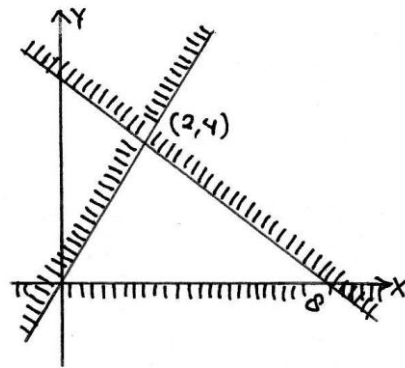
11. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $3x - 2y \leq 12$, $x + y \leq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- B. $3x + 2y \leq 12$, $x - y \leq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- C. $3x - 2y \leq 12$, $x - y \leq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- D. $3x + 2y \leq 12$, $x + y \leq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
- E. $3x - 2y \leq 12$, $x - y \geq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



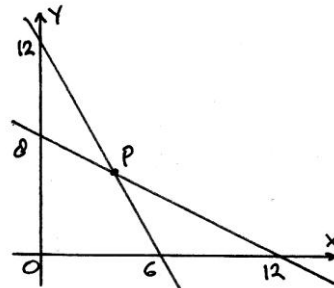
12. Sistem pertidaksamaan untuk daerah penyelesaian berikut ini adalah

- A. $x - 2y \geq 0$, $2x + y \leq 16$, $x \geq 0$
- B. $2x - y \geq 0$, $x + 2y \leq 16$, $y \geq 0$
- C. $2x - y \geq 0$, $2x + 3y \leq 16$, $y \geq 0$
- D. $x - 2y \leq 0$, $x + 2y \leq 16$, $x \geq 0$
- E. $2x - y \geq 0$, $2x + y \leq 16$, $y \geq 0$



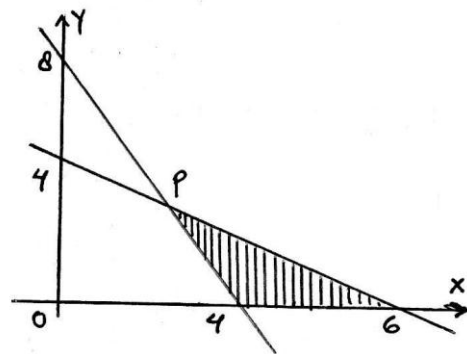
13. Koordinat titik P untuk gambar berikut ini adalah

- A. P (12, 3)
- B. P (5, 6)
- C. P (3, 6)
- D. P (6, 3)
- E. P (4, 6)



14. Koordinat titik P untuk gambar berikut ini adalah

- A. P (2, 3)
- B. P (3, 2)
- C. P (4, 3)
- D. P (4, 2)
- E. P (5, 2)

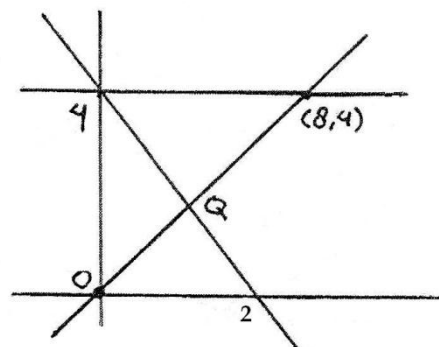


15. Sistem pertidaksamaan linier, untuk daerah yang diarsir pada gambar nomor 16 berikut ini adalah ...

- A. $2x + y \geq 8$, $2x + 3y \leq 12$, $x \geq 0$
- B. $2x + y \leq 8$, $2x + 3y \geq 12$, $x \geq 0$
- C. $2x + y \geq 8$, $2x + 3y \leq 12$, $y \geq 0$
- D. $2x + y \leq 8$, $2x + 3y \geq 12$, $y \geq 0$
- E. $2x + 3y \leq 8$, $2x + y \geq 12$, $y \geq 0$

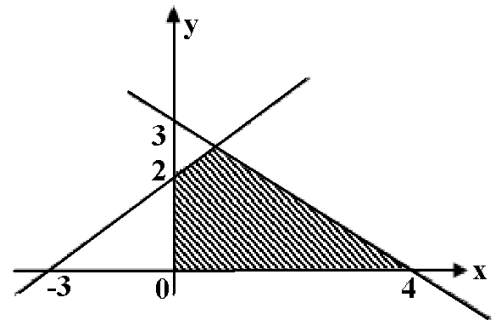
16. Koordinat titik Q untuk gambar berikut ini adalah

- A. Q (4/5, 2/5)
- B. Q (8/5, 2/5)
- C. Q (4, 2)
- D. Q (8, 4)
- E. Q (8/5, 4/5)



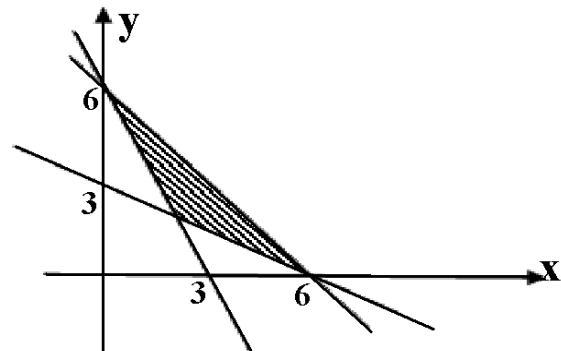
17. Daerah yang di arsir pada gambar berikut ini merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan ...

- A. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 4y \leq 12, 2x - 3y \geq -6$
- B. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 4y \leq 12, 2x - 3y \leq -6$
- C. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 4y \geq 12, 2x - 3y \geq -6$
- D. $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \leq 12, 3x - 2y \geq -6$
- E. $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \geq 12, 3x - 2y \leq -6$



18. Daerah yang di arsir pada gambar berikut ini merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan ...

- A. $x + 2y \leq 6, 2x + y \leq 6, x + y \geq 6$
- B. $x + 2y \leq 6, 2x + y \leq 6, x + y \leq 6$
- C. $x + 2y \geq 6, 2x + y \geq 6, x + y \geq 6$
- D. $x + 2y \leq 6, 2x + y \geq 6, x + y \geq 6$
- E. $x + 2y \geq 6, 2x + y \geq 6, x + y \leq 6$



19. Seorang peternak menginginkan ternaknya mendapat makanan yang mengandung paling sedikit 24 gr zat besi dan 8 gr vitamin tiap hari. Satu takaran jagung memberikan 2 gr zat besi dan 5 gr vitamin. Sedangkan satu takaran padi-padian memberikan 2 gr zat besi dan 1 gr vitamin. Peternak itu ingin mencampur bahan makanan tersebut untuk mendapatkan biaya yang semurah-murahnya. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah ...

- A. $x + y \leq 12, 5x + y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$
- B. $x + y \geq 12, 5x + y \geq 8, x \geq 0, y \geq 0$
- C. $x + 5y \leq 12, x + y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$
- D. $x + 5y \geq 12, x + y \geq 8, x \geq 0, y \geq 0$
- E. $x + y \leq 8, 5x + y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$

20. Seorang pedagang sepeda ingin membeli sepeda untuk persediaan di tokonya maksimum 30 buah. Jenis sepeda yang akan dibeli adalah sepeda jengki dengan harga Rp 300.000 perbuah dan sepeda federal seharga Rp. 500.000 perbuah. Uang yang tersedia untuk membeli adalah Rp. 11.000.000. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah ...

- A. $3x + 5y \leq 110, x \geq 30, y \geq 30$
- B. $3x + 5y \geq 30, x \geq 30, y \geq 30$
- C. $3x + 5y \leq 110, x + y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0$
- D. $3x + 5y \geq 12, x + y \geq 30, x \geq 0, y \geq 0$
- E. $3x + y \leq 110, x + 5y \leq 110, x \geq 0, y \geq 0$

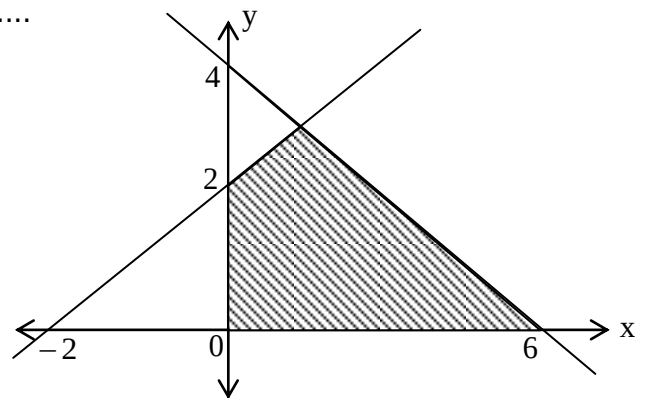
21. Sebuah pesawat penumpang mempunyai tempat duduk tidak lebih dari 60 penumpang yang terdiri atas dua kelas. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi maksimum 40 kg dan untuk kelas ekonomi 20 kg. Pesawat itu hanya dapat membawa bagasi maksimum 1.800 kg. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah...
- $2x + y \leq 90, x \geq 60, y \geq 60$
 - $2x + y \leq 90, x + y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 90, x \leq 60, y \leq 60,$
 - $2x + y \leq 90, x + y \leq 60, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 60, x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
22. Agar lulus seleksi seorang peserta tes harus menempuh dua tahapan ujian dengan syarat sebagai berikut :
- Jumlah nilai ujian tahap 1 dan 2 tidak boleh kurang dari 12
 - Nilai masing-masing tahap ujian tidak boleh kurang dari 5
- Sistem pertidaksamaan linier yang dapat dipakai sebagai patokan kelulusan adalah...
- $x + y \geq 12, x \geq 5, y \geq 5$
 - $x + y \leq 12, x \geq 5, y \geq 5$
 - $x + y \geq 5, x + y \geq 12, x \geq 0, y \geq 0$
 - $5 \leq x \leq 12, 5 \leq y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + y \geq 12, x \geq 10, y \geq 10$
23. Seorang pedagang buah-buahan menggunakan mobil untuk menjual rambutan dan duku. Harga beli rambutan adalah Rp. 2000 per kg dan harga beli duku Rp. 2.500 per kg. Modal yang tersedia hanya Rp. 1.350.000 sedangkan mobilnya hanya dapat mengangkut tidak lebih dari 600 kg. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah ...
- $x + y \leq 600, 4x + 5y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + y \leq 500, 4x + 5y \leq 400, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + y \leq 600, 4x + 5y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + y \leq 2700, 4x + 5y \leq 600, x \geq 0, y \geq 0$
 - $4x + 5y \leq 600, x + y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0$
24. Seorang penjahit pakaian akan membuat dua macam pakaian anak-anak dari bahan katun dan tetoron. Untuk membuat pakaian jenis pertama diperlukan 1 m katun dan 0,8 m tetoron. Untuk pakaian jenis kedua diperlukan 0,5 m katun dan 0,2 m tetoron. Tersedia bahan katun sebanyak 140 m dan tetoron 96 m. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah
- $2x + y \leq 280, 4x + 2y \leq 960, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + 2y \leq 140, x + y \leq 960, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + 2y \leq 140, x + y \leq 480, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 960, 4x + 2y \leq 280, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 280, 4x + y \leq 480, x \geq 0, y \geq 0$

25. Seorang pedagang sepatu mendapat untung Rp. 1000 untuk sepatu jenis A yang harga belinya Rp. 10.000 dan mendapat untung Rp 750 untuk sepatu jenis B yang harga belinya Rp 8.000 per pasangannya. Modal yang tersedia seluruhnya adalah Rp. 4.000.000, sedangkan kapasitas tempat penjualan adalah 450 pasang sepatu. Sistem pertidaksamaan liniernya adalah ...

- A. $5x + y \leq 2000, x + y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0$
- B. $5x + 4y \leq 2000, x + y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0$
- C. $2x + 3y \leq 2000, 5x + 4y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0$
- D. $2x + 5y \leq 2000, 5x + 4y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0$
- E. $5x + y \leq 450, 4x + y \leq 2000, x \geq 0, y \geq 0$

26. Daerah yang diarsir pada gambar dibawah ini menunjukkan himpunan titik (x, y) yang memenuhi pembatasan di bawah ini yaitu

- A. $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 12, -x + y \geq 2$
- B. $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 12, -x + y \geq 2$
- C. $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 12, -x + y \leq 2$
- D. $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 12, -x + y \leq 2$
- E. $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 12, -x + y \leq 2$



PROGRAM LINIER

B. Fungsi Sasaran dan Kendala dalam Program Linier

Salah satu hal penting dalam menyelesaikan program linier adalah menyusun model matematika. Model matematika merupakan sistem persamaan atau pertidaksamaan linier yang diambil dari suatu soal cerita. Model matematika ini terdiri dari dua bagian, yakni bagian kendala (biasanya berbentuk pertidaksamaan) yang merupakan keterbatasan aspek dalam masalah program linier, dan fungsi objektif (fungsi sasaran) yang dipakai untuk menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum)

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut :

Contoh 1

01. Suatu jenis makanan ternak membutuhkan 5 kg daging dan 3 kg tepung. Makanan ternak jenis lain membutuhkan 6 kg daging dan 8 kg tepung. Jika tersedia daging 60 kg dan tepung 48 kg, sedangkan bahan yang lain cukup tersedia, maka model matematikanya adalah ...

Jawab

Misalkan x = banyaknya makanan ternak jenis pertama

y = banyaknya makanan ternak jenis kedua

maka model matematika dapat ditentukan dengan bantuan tabel

	x	y	Persediaan
Daging	5	6	60
Tepung	3	8	48

Dari tabel di atas dapat disusun kendala, yakni : $5x + 6y \leq 60$

$$3x + 8y \leq 48$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

02. Seorang pasien dianjurkan untuk memakan makanan yang mengandung paling sedikit 18 gr vitamin A dan 24 gr vitamin B tiap hari. Suatu takaran obat mengandung 6 gr vitamin A dan 4 gr vitamin B. Sedangkan takaran obat jenis lain mengandung 3 gr vitamin A dan 6 gr vitamin B. Jika pasien itu ingin mencampurkan obat tersebut, maka tentukanlah model matematikanya untuk mendapatkan biaya yang semurah-murahnya

Jawab

Misalkan x = banyaknya obat jenis pertama
 y = banyaknya obat jenis kedua

maka model matematika dapat ditentukan dengan bantuan tabel

	x	y	Persediaan
Vitamin A	6	3	18
Vitamin B	4	6	24

Dari tabel di atas dapat disusun kendala, yakni : $6x + 3y \geq 18$
 $4x + 6y \geq 24$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

Jika disederhanakan menjadi : $2x + y \geq 6$
 $2x + 3y \geq 12$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

03. Seorang pedagang mainan ingin membeli mainan untuk persediaan di tokonya maksimum 100 paket. Mainan yang akan dibeli adalah jenis A dengan harga Rp 6.000 perpaket dan jenis B seharga Rp. 8.000 perpaket. Uang yang tersedia untuk modal adalah Rp. 720.000. Jika keuntungan mainan jenis A sebesar Rp. 2.000 perpaket dan mainan jenis B sebesar Rp. 1500 perpaket maka tentukanlah model matematikanya agar keuntungannya maksimum

Jawab

Misalkan x = banyaknya mainan jenis A
 y = banyaknya mainan jenis B

maka model matematika dapat ditentukan sebagai berikut :

Bagian Kendala : $x + y \leq 100$
 $6000x + 8000y \leq 720000$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 100$
 $3x + 4y \leq 360$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

Fungsi objektifnya adalah : $f(x,y) = 2000x + 1500y$

04. Suatu gerbong kereta api mempunyai tempat duduk tidak lebih dari 50 penumpang yang terdiri atas dua kelas. Setiap penumpang kelas eksekutif boleh membawa bagasi maksimum 60 kg dan untuk kelas ekonomi 30 kg. Kereta itu hanya dapat membawa bagasi maksimum 1.800 kg. Jika harga tiket kereta untuk kelas eksekutif Rp. 30.000 dan kelas ekonomi Rp. 15.000 maka tentukanlah model matematikanya agar pendapatan maksimum

Jawab

Misalkan x = banyaknya penumpang kelas eksekutif

y = banyaknya penumpang kelas ekonomi

maka model matematika dapat ditentukan sebagai berikut :

Bagian Kendala : $x + y \leq 50$

$$60x + 30y \leq 1800$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 50$

$$2x + y \leq 60$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektifnya adalah : $f(x,y) = 30000x + 15000y$

05. Seorang pedagang ikan menggunakan sepeda motor untuk berkeliling menjual ikan mas dan ikan mujair. Harga beli ikan mas adalah Rp. 15.000 per kg dan dijual seharga Rp. 18.000 per kg, sedangkan ikan mujair dibeli dengan harga Rp. 12.000 per kg. dan dijual Rp 15.000 per kg. Modal yang tersedia hanya Rp. 300.000 sedangkan sepeda motornya hanya dapat mengangkut tidak lebih dari 40 kg. tentukanlah model matematikanya untuk mendapatkan laba sebesar-besarnya

Jawab

Misalkan x = banyaknya ikan mas

y = banyaknya ikan mujair

maka model matematika dapat ditentukan sebagai berikut :

Bagian Kendala : $15000x + 12000y \leq 300000$

$$x + y \leq 40$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $5x + 4y \leq 100$

$$x + y \leq 40$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektifnya adalah : $f(x,y) = (18000 - 15000)x + (15000 - 12000)y$

$$f(x,y) = 3000x + 3000y$$

06. Seorang penjahit pakaian akan membuat dua macam pakaian dari bahan katun dan tetoron. Untuk membuat pakaian jenis pertama diperlukan 1 m katun dan 0,8 m tetoron. Untuk pakaian jenis kedua diperlukan 0,5 m katun dan 0,2 m tetoron. Tersedia bahan katun sebanyak 140 m dan tetoron 96 m. Jika keuntungan tiap pakaian jenis pertama Rp. 50.000, dan jenis kedua Rp. 40.000 maka model matematikanya adalah ...

Jawab

Misalkan x = banyaknya pakaian jenis I

y = banyaknya pakaian jenis II

maka model matematika dapat ditentukan sebagai berikut :

	x	y	Persediaan
Katun	1	0,5	140
Tetoron	0,8	0,2	96
Fungsi Obj	50000	40000	

Dari tabel di atas dapat disusun kendala, yakni : $x + 0,5y \leq 140$

$$0,8x + 0,2y \leq 96$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $2x + y \geq 280$

$$4x + y \geq 480$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektifnya adalah : $f(x,y) = 50000x + 40000y$

SOAL LATIHAN 02

B. Fungsi Sasaran dan Kendala dalam Program Linier

01. Budi membeli dua buku tulis dan tiga pensil. Untuk itu ia harus membayar Rp. 2.100. Sedangkan Wati membeli satu buku tulis dan dua buah pensil, sehingga ia harus membayar Rp. 1.150. Model matematikanya adalah ...
- A. $2x + 3y = 2.100$, $2x + y = 1.150$
 - B. $3x + 2y = 2.100$, $2x + y = 3.000$
 - C. $3x + 2y = 2.100$, $x + 2y = 1.100$
 - D. $2x + 3y = 2.100$, $x + 2y = 3.000$
 - E. $2x + 3y = 2.100$, $x + 2y = p1.150$
02. Luas suatu daerah parkir adalah 400 m^2 . Luas rata-rata satu mobil adalah 8 m^2 dan satu bus adalah 24 m^2 . Daerah tersebut hanya dapat memuat paling banyak 20 kendaraan. Model matematika untuk permasalahan itu adalah ...
- A. $x + 3y \leq 50$, $x \geq 20$, $y \geq 20$
 - B. $x + 3y \leq 50$, $x \leq 50$, $y \leq 20$
 - C. $x + 3y \leq 50$, $x \leq 20$, $y \leq 20$
 - D. $x + 3y \leq 50$, $x + y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - E. $x + 3y \geq 50$, $x + y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
03. Suatu jenis roti membutuhkan 100 gr tepung dan 200 gr mentega. Roti jenis lain membutuh-kan 150 gr tepung dan 100 gr mentega. Jika tersedia tepung 1,5 kg dan mentega 2 kg, sedangkan bahan yang lain cukup tersedia, maka model matematikanya adalah ...
- A. $x + 3y \leq 30$, $3x + 2y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - B. $x + 3y \geq 30$, $3x + y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - C. $2x + 3y \leq 30$, $2x + y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - D. $2x + 3y \geq 30$, $2x + y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - E. $2x + 3y \leq 20$, $2x + y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
04. Seorang peternak menginginkan ternaknya mendapat makanan yang mengandung paling sedikit 24 gr zat besi dan 8 gr vitamin tiap hari. Satu takaran jagung memberikan 2 gr zat besi dan 5 gr vitamin. Sedangkan satu takaran padi-padian memberikan 2 gr zat besi dan 1 gr vitamin. Peternak itu ingin mencampur bahan makanan tersebut untuk mendapatkan biaya yang semurah-murahnya. Model matematika-nya adalah ...
- A. $x + y \leq 12$, $5x + y \leq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - B. $x + y \geq 12$, $5x + y \geq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - C. $x + 5y \leq 12$, $x + y \leq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - D. $x + 5y \geq 12$, $x + y \geq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 - E. $x + y \leq 8$, $5x + y \leq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

05. Seorang pedagang sepeda ingin membeli sepeda untuk persediaan di tokonya maksimum 30 buah. Jenis sepeda yang akan dibeli adalah sepeda jengki dengan harga Rp 300.000 perbuah dan sepeda federal seharga Rp. 500.000 perbuah. Uang yang tersedia untuk membeli adalah Rp. 11.000.000. Model matematikanya adalah ...
- $3x + 5y \leq 110, x \geq 30, y \geq 30$
 - $3x + 5y \geq 30, x \geq 30, y \geq 30$
 - $3x + 5y \leq 110, x + y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0$
 - $3x + 5y \geq 12, x + y \geq 30, x \geq 0, y \geq 0$
 - $3x + y \leq 110, x + 5y \leq 110, x \geq 0, y \geq 0$
06. Sebuah pesawat penumpang mempunyai tempat duduk tidak lebih dari 60 penumpang yang terdiri atas dua kelas. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi maksimum 40 kg dan untuk kelas ekonomi 20 kg. Pesawat itu hanya dapat membawa bagasi maksimum 1.800 kg. Model matematikanya adalah
- $2x + y \leq 90, x \geq 60, y \geq 60$
 - $2x + y \leq 90, x + y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 90, x \leq 60, y \leq 60,$
 - $2x + y \leq 90, x + y \leq 60, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 60, x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
07. Agar lulus seleksi seorang peserta tes harus menempuh dua tahapan ujian dengan syarat sebagai berikut :
- Jumlah nilai ujian tahap 1 dan 2 tidak boleh kurang dari 12
 - Nilai masing-masing tahap ujian tidak boleh kurang dari 5
- Model matematika yang dapat dipakai sebagai patokan kelulusan seleksi itu adalah...
- $x + y \geq 12, x \geq 5, y \geq 5$
 - $x + y \leq 12, x \geq 5, y \geq 5$
 - $x + y \geq 5, x + y \geq 12, x \geq 0, y \geq 0$
 - $5 \leq x \leq 12, 5 \leq y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + y \geq 12, x \geq 10, y \geq 10$
08. Seorang pedagang buah-buahan menggunakan mobil untuk menjual rambutan dan duku. Harga beli rambutan adalah Rp. 2000 per kg dan harga beli duku Rp. 2.500 per kg. Modal yang tersedia hanya Rp. 1.350.000 sedangkan mobilnya hanya dapat mengangkut tidak lebih dari 600 kg. Jika keuntungan rambutan Rp. 400 dan duku Rp 500 per kg, maka model matematikanya adalah ...
- $x + y \leq 600, 4x + 5y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 400x + 500y$
 - $x + y \leq 500, 4x + 5y \leq 400, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 400x + 500y$
 - $x + y \leq 600, 4x + 5y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 4x + 5y$
 - $x + y \leq 2700, 4x + 5y \leq 600, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
 - $4x + 5y \leq 600, x + y \leq 2700, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 400x + 500y$

09. Seorang penjahit pakaian akan membuat dua macam pakaian anak-anak dari bahan katun dan tetoron. Untuk membuat pakaian jenis pertama diperlukan 1 m katun dan 0,8 m tetoron. Untuk pakaian jenis kedua diperlukan 0,5 m katun dan 0,2 m tetoron. Tersedia bahan katun 140 m dan tetoron 96 m. . Jika keuntungan tiap pakaian jenis pertama Rp. 500, dan jenis kedua Rp. 400 maka model matematikanya adalah
- $2x + y \leq 280, 4x + 2y \leq 960, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
 - $x + 2y \leq 140, x + y \leq 960, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
 - $x + 2y \leq 140, x + y \leq 480, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
 - $2x + y \leq 960, 4x + 2y \leq 280, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
 - $2x + y \leq 280, 4x + y \leq 480, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 500x + 400y$
10. Seorang pedagang sepatu mendapat untung Rp. 1000 untuk sepatu jenis A yang harga belinya Rp. 10.000 dan mendapat untung Rp 750 untuk sepatu jenis B yang harga belinya Rp 8.000 per pasangannya. Modal yang tersedia Rp. 4.000.000, sedangkan kapasitas tempat penjualan 450 pasang sepatu. Model matematikanya adalah ...
- $5x + y \leq 2000, x + y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 750x + 1000y$
 - $5x + 4y \leq 2000, x + y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 1000x + 750y$
 - $2x + 3y \leq 2000, 5x + 4y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 1000x + 750y$
 - $2x + 5y \leq 2000, 5x + 4y \leq 450, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 1000x + 750y$
 - $5x + y \leq 450, 4x + y \leq 2000, x \geq 0, y \geq 0, L(x,y) = 1000x + 750y$
11. Harga karcis dalam suatu gedung pertunjukan dibedakan menjadi dua kelompok umur, yaitu anak-anak dan dewasa yang masing-masing seharga Rp. 2.500 dan Rp. 5.000. Jika karcis terjual habis maka uang yang terkumpul seluruhnya tidak lebih dari Rp. 3.125.000 sedangkan daya tampung gedung tersebut paling banyak 1.000 orang. Model matematikanya adalah ...
- $x + 2y \leq 1000, x + y \leq 1250, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 1000, x + y \leq 1250, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + 2y \leq 1250, x + y \leq 1000, x \geq 0, y \geq 0$
 - $x + 2y \leq 1000, x + y \leq 1250, x \geq 0, y \geq 0$
 - $2x + y \leq 1250, x + y \leq 1000, x \geq 0, y \geq 0$
12. Sebuah pabrik ban memproduksi dua macam ban yaitu ban A dan ban B. Proses pembuatan ban tersebut melalui tiga tahap mesin yaitu mesin I, II dan III. Tiap ban A diproses satu persatu selama 2 menit pada mesin I, 8 menit pada mesin II dan 10 menit pada mesin III. Tiap ban B diproses selama 5 menit pada mesin I, 4 menit pada mesin II dan tidak diproses pada mesin III. Tiap mesin dapat dioperasikan maksimum selama 800 menit tiap hari. Jika keuntungan tiap ban A adalah Rp. 3.000 dan tiap ban B Rp 4.000 maka model matematika adalah ...
- $x + y \leq 400, 5x + y \leq 200, 0 \leq x \leq 80, y \geq 0, L(x,y)=3000x+4000y$
 - $2x + y \leq 800, x + y \leq 450, 0 \leq x \leq 80, y \geq 0, L(x,y)=3000x+4000y$
 - $2x + 5y \leq 800, 2x + y \leq 200, 0 \leq x \leq 80, y \geq 0, L(x,y)=3000x+4000y$
 - $x + y \leq 200, 5x + y \leq 450, 0 \leq x \leq 80, y \geq 0, L(x,y)=3000x+4000y$
 - $2x + 5y \leq 400, 2x + y \leq 200, 0 \leq x \leq 80, y \geq 0, L(x,y)=3000x+4000y$

13. Satu kg makanan ayam jenis I mengandung 10 unit antibiotik A dan 3 unit antibiotik B. Sementara 1 kg makanan ayam jenis 2 mengandung 5 unit antibiotik A dan 12 unit antibiotik B. Setiap hari 5 ekor ayam membutuhkan sekurang-kurangnya 60 unit antibiotik A dan 48 unit antibiotik B. Jumlah makanan jenis I dan II untuk 5 ekor ayam setiap hari maksimum 10 kg. Jika harga per kg makana jenis I Rp. 1.000 dan jenis II Rp. 2.000 maka model matematika untuk permasalahan di atas agar dikeluarkan biaya sekecil kecilnya adalah...
- A. $2x + y \leq 12$, $3x + 4y \leq 16$, $x + y \geq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $L(x,y) = 1000x + 2000y$
 B. $5x + y \geq 30$, $3x + 5y \geq 48$, $x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $L(x,y) = 1000x + 2000y$
 C. $2x + y \leq 12$, $x + 4y \leq 16$, $x + y \geq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $L(x,y) = 1000x + 2000y$
 D. $2x + y \geq 12$, $x + 4y \geq 16$, $x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $L(x,y) = 1000x + 2000y$
 E. $2x + y \leq 12$, $x + 4y \leq 16$, $x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $L(x,y) = 1000x + 2000y$
14. Tempat parkir seluas 600 m^2 hanya mampu menampung 58 bis dan mobil. Tiap mobil membutuhkan tempat 6 m^2 dan bis 24 m^2 . Biaya parkir tiap mobil Rp. 2.000,00 dan bus Rp. 5.000,00. Model matematikanya adalah ...
- A. $z = 2000x + 5000y$, $x + 2y \leq 58$, $x + 4y \geq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 B. $z = 2000x + 5000y$, $x + 2y \geq 58$, $x + 4y \geq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 C. $z = 2000x + 5000y$, $x + y \leq 58$, $x + 4y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 D. $z = 2000x + 5000y$, $x + y \leq 58$, $x + 4y \leq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 E. $z = 2000x + 5000y$, $x + y \geq 58$, $x + 4y \geq 100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
15. Suatu tempat parkir luasnya 200 m^2 . Untuk memarkir sebuah mobil rata-rata diperlukan tempat seluas 10 m^2 dan untuk bus rata-rata 20 m^2 . Tempat parkir itu tidak dapat menampung lebih dari 12 mobil dan bus. Jika di tempat parkir itu akan diparkir x mobil dan y bus, maka x dan y harus memenuhi syarat-syarat
- A. $x + y \leq 12$; $x + 2y \leq 20$; $x \geq 0$; $y \leq 0$
 B. $x + y \leq 12$; $x + 2y \leq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 C. $x + y \leq 12$; $x + 2y \leq 20$; $x \leq 0$; $y \leq 0$
 D. $x + y \leq 12$; $x + 2y \geq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 E. $x + y \geq 12$; $x + 2y \geq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

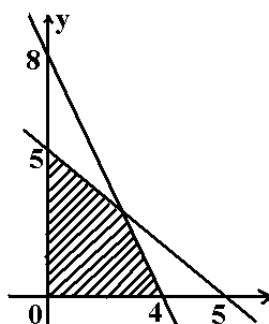
PROGRAM LINIER

C. Nilai Optimum Fungsi Sasaran

Suatu fungsi sasaran dalam program linier dengan dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk : $f(x, y) = ax + by$ dimana a dan b anggota bilangan real. Fungsi objektif ini dimaksudkan untuk menentukan nilai optimum dalam suatu soal cerita. Sedangkan nilai optimum itu sendiri terdiri dari nilai maksimum (misalnya menyangkut laba, pendapatan, dan lain-lain) dan nilai minimum (misalnya menyangkut biaya, kerugian, dan lain-lain).

Nilai optimum suatu fungsi sasaran dapat ditentukan dengan menggunakan titik uji, yaitu titik potong dua garis batas dalam daerah penyelesaian. Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh-contoh soal berikut ini :

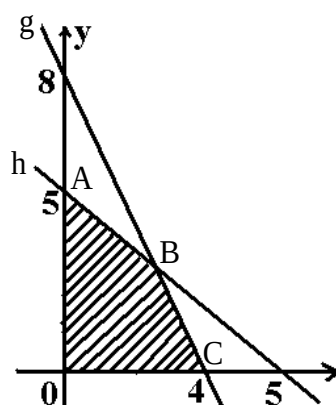
01.



Tentukanlah nilai maksimum dari $f(x,y) = 6x + 2y$ pada daerah yang diarsir di samping

Jawab

Jawab



Garis g melalui dua titik yakni $(0, 8)$ dan $(4, 0)$ sehingga persamaannya

$$8x + 4y = 32$$

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik yakni $(0, 5)$ dan $(5, 0)$ sehingga persamaannya

$$5x + 5y = 25$$

$$x + y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

Titik-titik uji yaitu A, B, C dan O. Sehingga

Titik A koordinatnya adalah $A(0, 5)$

Titik C koordinatnya adalah $C(4, 0)$

Titik O koordinatnya adalah $O(0, 0)$

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 2x + y = 8$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} x + y = 5 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

karena $x + y = 5$ maka $3 + y = 5$, sehingga $y = 2$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 2)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 6x + 2y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 5) \longrightarrow f(A) = 6(0) + 2(5) = 10$$

$$B(3, 2) \longrightarrow f(B) = 6(3) + 2(2) = 22$$

$$C(4, 0) \longrightarrow f(C) = 6(4) + 2(0) = 24$$

$$O(0, 0) \longrightarrow f(O) = 6(0) + 2(0) = 0$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 24

02. Tentukanlah nilai maksimum dari $f(x,y) = 5x + 3y$ untuk sistem pertidaksamaan :

$$x + y \leq 6$$

$$2x + 3y \leq 15$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jawab

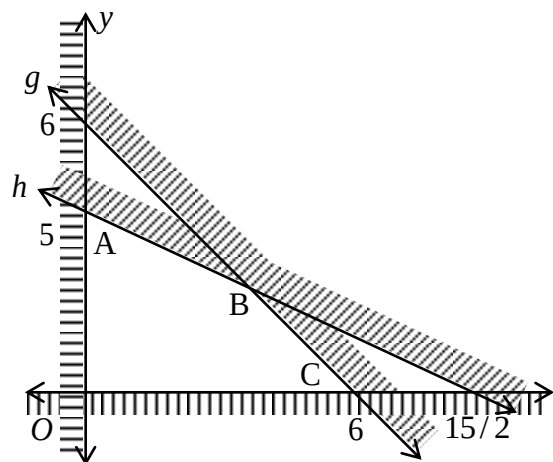
Mula mula kita gambar terlebih dahulu daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
6	0	(6,0)

$$2x + 3y = 15 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	5	(0,5)
15/2	0	(15/2,0)



$$x = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-Y}$$

$$y = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-X}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran, dan titik-titik ujinya adalah A, B dan C

Titik A koordinatnya adalah A(0, 5)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$\begin{array}{rcl} (1) & x + y = 6 & | \quad (2) \rightarrow 2x + 2y = 12 \\ (2) & 2x + 3y = 15 & | \quad (1) \rightarrow 2x + 3y = 15 \\ & & \hline & & -y = -3 \quad \text{jadi } y = 3 \end{array}$$

karena $x + y = 6$ maka $x + 3 = 6$, sehingga $x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 3)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 5x + 3y$, sehingga diperoleh :

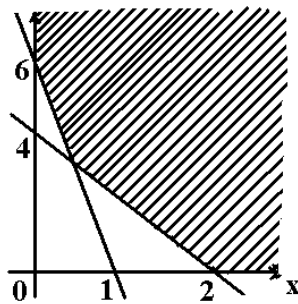
$$A(0, 5) \rightarrow f(A) = 5(0) + 3(5) = 15$$

$$B(3, 3) \rightarrow f(B) = 5(3) + 3(3) = 24$$

$$C(6, 0) \rightarrow f(C) = 5(6) + 3(0) = 30$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 30

03.



Tentukanlah nilai minimum dari $f(x,y) = 4x + 3y$ pada daerah yang diarsir berikut ini

Jawab

Garis g melalui dua titik yakni (0, 6) dan (1, 0) sehingga persamaannya

$$6x + y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik yakni (0, 4) dan (2, 0) sehingga persamaannya

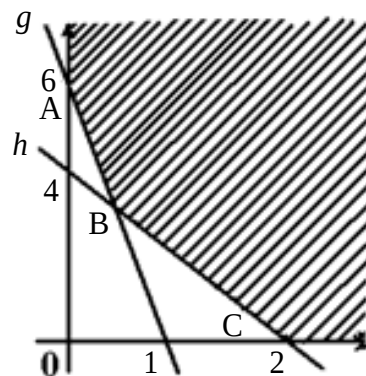
$$\begin{array}{l} 4x + 2y = 8 \\ 2x + y = 4 \dots\dots\dots (2) \end{array}$$

Titik-titik uji yaitu A, B, dan C.

Sehingga

Titik A koordinatnya adalah A(0, 6)

Titik C koordinatnya adalah C(2, 0)



Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 6x + y = 6$$

$$\begin{array}{rcl} (2) & 2x + y = 4 & \\ & \hline & 4x = 2 \quad \text{maka } x = 1/2 \end{array}$$

karena $2x + y = 4$ maka $2(1/2) + y = 4$, sehingga $1 + y = 4$, $y = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(1/2, 3)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x, y) = 4x + 3y$

$$A(0, 6) \rightarrow f(A) = 4(0) + 3(6) = 18$$

$$B(1/2, 3) \rightarrow f(B) = 4(1/2) + 3(3) = 11$$

$$C(2, 0) \rightarrow f(C) = 4(2) + 3(0) = 8$$

Jadi nilai minimum untuk fungsi ini, yaitu 8

04. Tentukan nilai maksimum bentuk $2x + 2y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan

$$2x + y \leq 8$$

$$3x + 4y \geq 12$$

$$x \geq 2$$

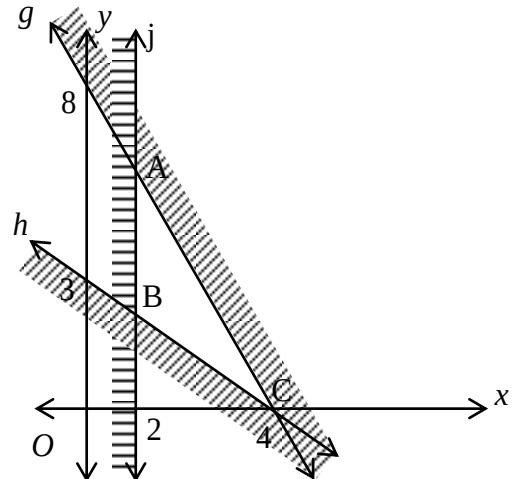
Jawab

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	8	(0, 8)
4	0	(4, 0)

$$3x + 4y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	3	(0, 3)
4	0	(4, 0)



$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran, dan titik-titik ujungnya adalah A, B dan C

Titik C koordinatnya adalah C(4, 0)

Titik B merupakan perpotongan garis h dan j, diperoleh :

$$3x + 4y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

$$\text{sehingga } 3(2) + 4y = 12$$

$$6 + 4y = 12$$

$$4y = 6$$

$$y = 3/2$$

Jadi koordinat titik B adalah B(2, 3/2)

Titik A merupakan perpotongan garis g dan j, diperoleh :

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (g)$$

$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

$$\text{sehingga } 2(2) + y = 8$$

$$4 + y = 8$$

$$y = 4$$

Jadi koordinat titik A adalah A(2, 4)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x,y) = 2x + 2y$,

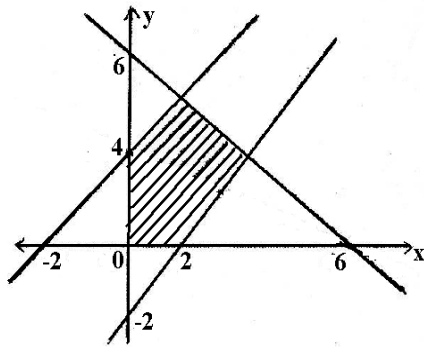
$$A(2, 4) \longrightarrow f(A) = 2(2) + 2(4) = 12$$

$$B(2, 3/2) \longrightarrow f(B) = 2(2) + 2(3/2) = 7$$

$$C(4, 0) \longrightarrow f(C) = 2(4) + 2(0) = 8$$

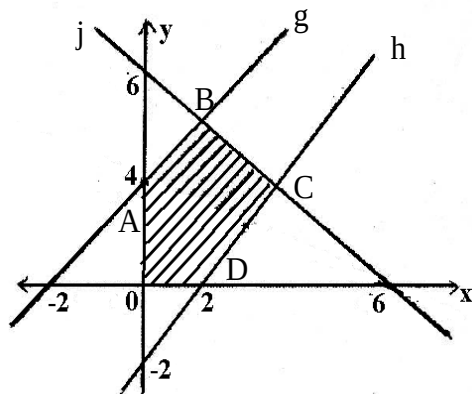
Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 12

05.



Nilai maksimum dari daerah yang diarsir pada gambar di samping untuk fungsi sasaran $f(x,y) = 4x + 10y$ adalah

Jawab



Garis g melalui dua titik $(0, 4)$ dan $(-2, 0)$, yakni

$$4x + (-2)y = -8$$

$$2x - y = -4 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik $(0, -2)$ dan $(2, 0)$, yakni

$$(-2)x + 2y = -4$$

$$x - y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

Garis j melalui dua titik $(0, 6)$ dan $(6, 0)$, yakni

$$6x + 6y = 36$$

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (3)$$

Titik-titik uji yaitu A, B, C dan D. Sehingga

Titik A koordinatnya adalah $A(0, 4)$

Titik D koordinatnya adalah $D(2, 0)$

Titik B merupakan perpotongan garis g dan j, diperoleh :

$$(1) \quad 2x - y = -4$$

$$(3) \quad \frac{x + y = 6}{3x = 2} \quad + \quad \text{maka} \quad x = 3/2$$

karena $x + y = 6$ maka $3/2 + y = 6$, sehingga $y = 9/2$

Jadi koordinat titik B adalah $B(3/2, 9/2)$

Titik C merupakan perpotongan garis h dan j, diperoleh :

$$(2) \quad x - y = 2$$

$$(3) \quad \frac{x + y = 6}{2x = 8} \quad + \quad \text{maka} \quad x = 4$$

karena $x + y = 6$ maka $4 + y = 6$, sehingga $y = 2$

Jadi koordinat titik C adalah $C(4, 2)$

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x,y) = 4x + 10y$,

$$A(0, 4) \quad \longrightarrow \quad f(A) = 4(0) + 10(4) = 40$$

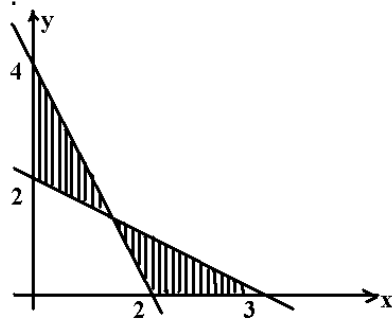
$$B(3/2, 9/2) \quad \longrightarrow \quad f(B) = 4(3/2) + 10(9/2) = 51$$

$$C(4, 2) \quad \longrightarrow \quad f(C) = 4(4) + 10(2) = 36$$

$$D(2, 0) \quad \longrightarrow \quad f(D) = 4(2) + 10(0) = 8$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 51

06.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk kendala dari daerah yang diarsir pada gambar berikut ini

Jawab

$$4x + 2y \leq 8 \rightarrow 2x + y \leq 4$$

$$2x + 3y \geq 6 \rightarrow 2x + 3y \geq 6$$

$$\frac{(2x + y)(2x + 3y)}{x} \leq 24$$

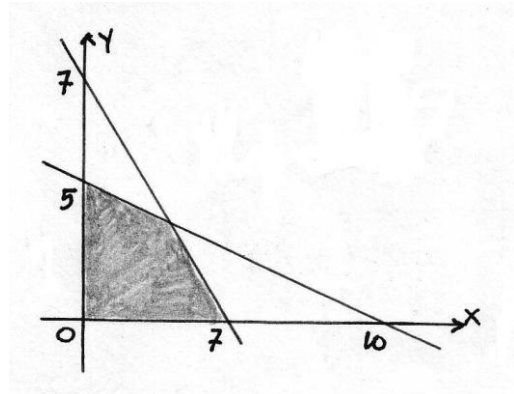
$$\text{Jadi } (2x + y)(2x + 3y) \leq 24$$

SOAL LATIHAN 03

C. Nilai Optimum Fungsi Sasaran

01. Nilai maksimum dari $f(x,y) = 8x + 2y$ pada daerah yang diarsir berikut ini adalah...

- A. 10
- B. 25
- C. 38
- D. 42
- E. 56



02. Nilai maksimum $f(x,y) = 3x + 4y$ untuk sistem pertidaksamaan $x + y \leq 6$, $2x + 3y \leq 15$ $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ adalah ...

- A. 16
- B. 17
- C. 20
- D. 21
- E. 25

03. Nilai maksimum bentuk $x + y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan

$$2x + y \leq 8$$

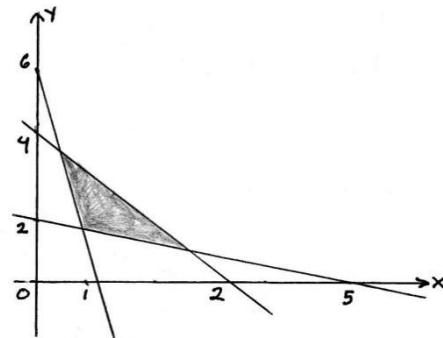
$$3x + 4y \geq 12$$

$$x \geq 2 \quad \text{adalah}$$

- A. 10
- B. 8
- C. 6
- D. 5
- E. 4

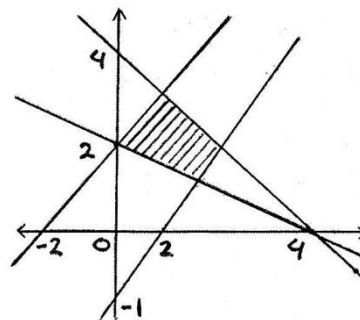
04. Nilai maksimum dari $f(x,y) = 2x + 3y$ pada daerah yang diarsir berikut ini adalah...

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 7
- E. 6



05. Nilai maksimum pada daerah yang diarsir pada gambar berikut ini untuk fungsi sasaran $f(x,y) = 4x + 10y$ adalah

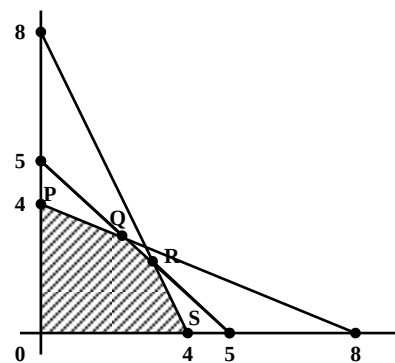
- A. 22
- B. 24
- C. 26
- D. 30
- E. 34



06. Nilai minimum dari bentuk $3x + 6y$ yang memenuhi syarat bahwa $2x \leq 3y$, $2x \geq y$, $x + 2y \leq 20$ dan $x + y \geq 5$ adalah ...

- A. 7
B. 9
C. 15
D. 21
E. 25

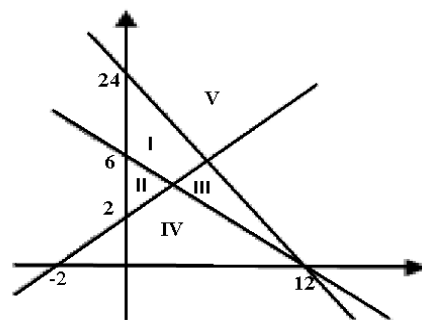
07. Untuk daerah yang diarsir, nilai maksimum dari fungsi objektif $T = 3x + 8y$ terjadi di titik



- A. P
B. Q
C. R
D. S
E. O

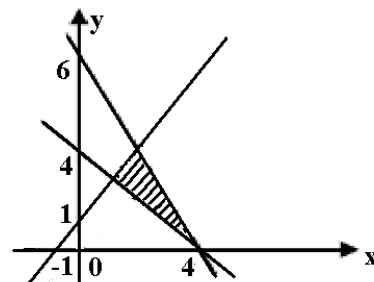
07. Pada gambar berikut, yang merupakan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 24$, $x + 2y \leq 12$ dan $x - y \geq 2$ adalah

- A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V



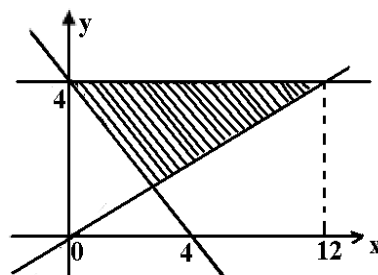
08. Nilai maksimum $f(x, y) = 6x + 10y$ di daerah yang diarsir di bawah ini adalah

- A. 60
B. 42
C. 36
D. 30
E. 24



09. Nilai minimum $f(x, y) = 2x + 3y$ untuk x, y di daerah yang diarsir adalah ...

- A. 36
B. 15
C. 12
D. 11
E. 9



10. Diketahui sistem pertidaksamaan linier :

$$x + y \leq 4$$

$$3x - y \geq 0$$

$$y \geq -2$$

Salah satu titik potong di daerah penyelesaian-nya adalah ...

A. (0, 0)

B. (4, 0)

C. (1, 2)

D. (6, -2)

E. (0, -2/3)

11. Nilai minimum dari $f(x,y) = 3x + 6y$ yang memenuhi sistem pertaksamaan $x + 2y \geq 4$, $2x + y \geq 6$, $3x + 2y \leq 18$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah ...

A. 8

B. 10

C. 10,5

D. 11

E. 12

12. Daerah yang diarsir pada gambar berikut merupakan daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear. Nilai optimum dari bentuk obyektif $(12x+7y)$ adalah....

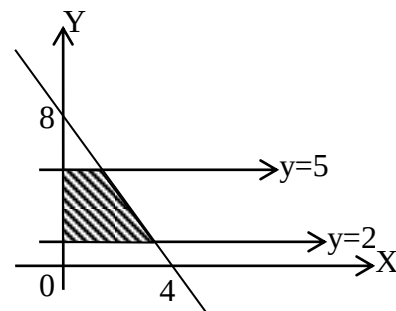
A. 14

B. 35

C. 42

C. 50

E. 53



13. Nilai maksimum dari fungsi $f(x,y) = x + 3y$ untuk sistem pertidaksamaan $x \geq 1$, $y \geq 2$, $x + y \leq 6$ dan $2x + 3y \leq 15$ adalah ...

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

E. 14

14. Nilai minimum dari fungsi $f(x, y) = x + y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan $y \geq 5$, $x \geq 10$, $x + 2y \leq 30$ dan $4x + 3y \leq 60$ adalah ...

A. 25

B. 20

C. 18

D. 15

E. 12

15. Model matematika untuk mencari nilai $4x + 5y$ yang maksimum dalam daerah yang diarsir dari gambar di bawah ini adalah ...

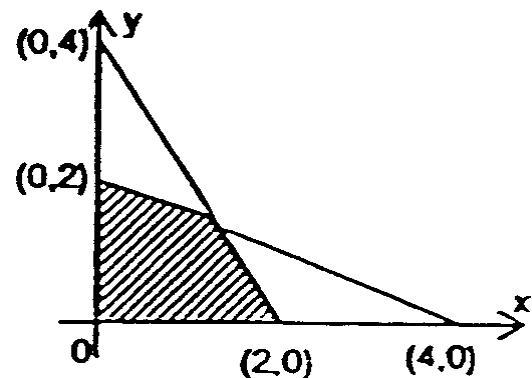
A. $z = 4x + 5y$, $2x + y \leq 4$, $2x + 3y \leq 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

B. $z = 4x + 5y$, $2x + y \leq 6$, $2x + y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

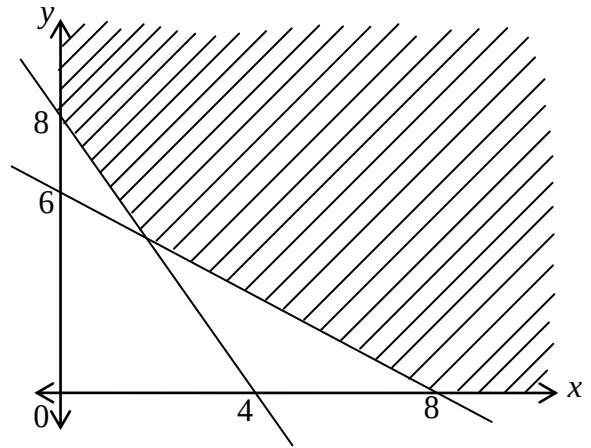
C. $z = 4x + 5y$, $x + 2y \leq 4$, $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

D. $z = 4x + 5y$, $2x + y \leq 4$, $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

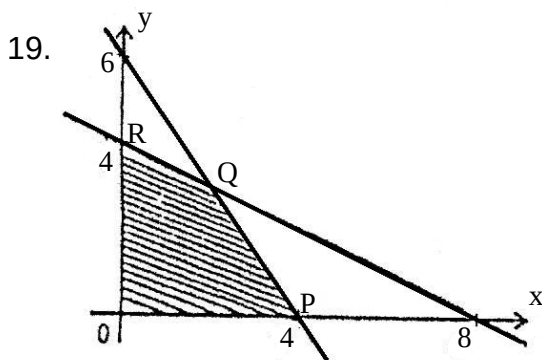
E. $z = 4x + 5y$, $2x + 3y \leq 8$, $2x + y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



17. Nilai maksimum fungsi objektif $f(x, y) = 3x + 4y$ dari daerah pada gambar adalah ...
- A. 32
B. 24
C. 18
D. 17
E. 5



18. 
- Sistem pertidaksamaan yang tepat untuk menunjukkan daerah penyelesaian yang diarsir pada gambar berikut ini adalah ...
- A. $2x + y \leq 4$, $2x + 3y \geq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
B. $2x + y \geq 4$, $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
C. $2x + y \geq 4$, $2x + 3y \geq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
D. $2x + y \leq 4$, $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
E. $(2x + y)(2x + 3y) \leq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



- 10

PROGRAM LINIER

D. Menafsirkan Nilai Optimum dalam Program Linier

Masalah dimulai dari soal cerita dan diakhiri dengan mendapatkan suatu nilai optimum fungsi objektif / fungsi sasaran. Fungsi objektif ini dapat berbentuk fungsi laba, pendapatan, biaya dan sebagainya. Sehingga untuk menyelesaikan program linier lengkap, hendaknya mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

- (1) Menyusun model matematika yang terdiri dari kendala (sistem pertidaksamaan linier) dan fungsi sasaran
- (2) Melukis grafik daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier tersebut serta menentukan titik-titik ujinya
- (3) Menentukan nilai optimum suatu fungsi sasaran dengan cara mensubstitusikan titik-titik uji ke dalam fungsi sasaran

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan pada contoh soal berikut ini

01. Untuk memproduksi sepeda jenis A dengan harga jual Rp.600.000 suatu perusahaan membutuhkan biaya Rp. 200.000 dan waktu 20 jam. Sedangkan sepeda jenis B dengan harga jual Rp. 800.000 membutuhkan biaya Rp. 100.000 dengan waktu 30 jam. Jika dana yang tersedia Rp. 1.200.000 dan waktu kerja 240 jam per bulan, maka tentukanlah hasil penjualan maksimum yang diperoleh tiap bulan

Jawab

Misalkan x = banyaknya sepeda jenis A

y = banyaknya sepeda jenis B

maka dapat disusun kendala biaya dan waktu produksi sebagai berikut:

$$200000x + 100000y \leq 1200000$$

$$20x + 30y \leq 240$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $2x + y \leq 12$

$$2x + 3y \leq 24$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi penjualan : $f(x, y) = 600000x + 800000y$

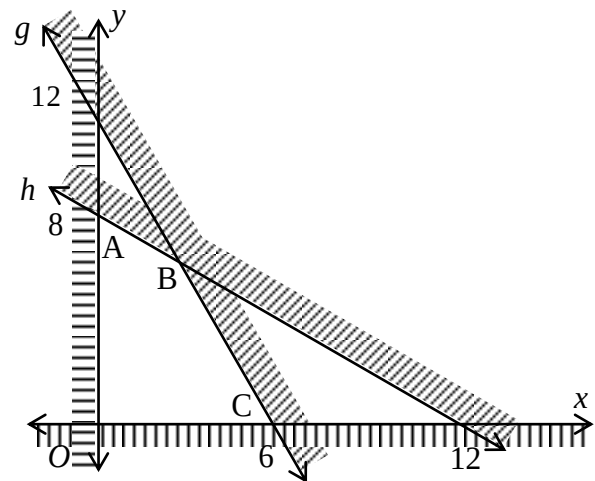
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$$2x + y = 12 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	12	(0,12)
6	0	(6,0)

$$2x + 3y = 24 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	8	(0,8)
12	0	(12,0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 8)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 2x + y = 12$$

$$(2) \quad 2x + 3y = 24$$

$$\quad \quad \quad -2y = -12 \quad \text{jadi } y = 6$$

karena $2x + y = 12$ maka $2x + 6 = 12$, sehingga $2x = 6 \quad x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 6)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 600000x + 800000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 8) \longrightarrow f(A) = 600000(0) + 800000(8) = 6.400.000$$

$$B(3, 6) \longrightarrow f(B) = 600000(3) + 800000(6) = 6.600.000$$

$$C(6, 0) \longrightarrow f(C) = 600000(6) + 800000(0) = 3.600.000$$

Jadi hasil penjualan maksimum yang diperoleh tiap bulan adalah Rp. 6.600.000

02. Sebuah kapal penyeberangan mempunyai 70 tempat duduk. Setiap penumpang kelas utama bagasinya disediakan 100 kg dan setiap penumpang kelas ekonomi 50 kg. Kapal itu hanya dapat menampung bagasi maksimum 5.000 kg. jika tiket untuk kelas utama Rp. 600.000 dan untuk kelas ekonomi Rp. 300.000 maka tentukanlah besarnya pendapatan maksimum untuk sekali jalan

Jawab

Misalkan x = banyaknya penumpang kelas utama

y = banyaknya penumpang kelas ekonomi

maka dapat disusun kendala kapasitas bagasi dan kapasitas tempat duduk sebagai berikut:

$$x + y \leq 70$$

$$100x + 50y \leq 5000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 70$

$$2x + y \leq 100$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi pendapatan : $f(x, y) = 600000x + 300000y$

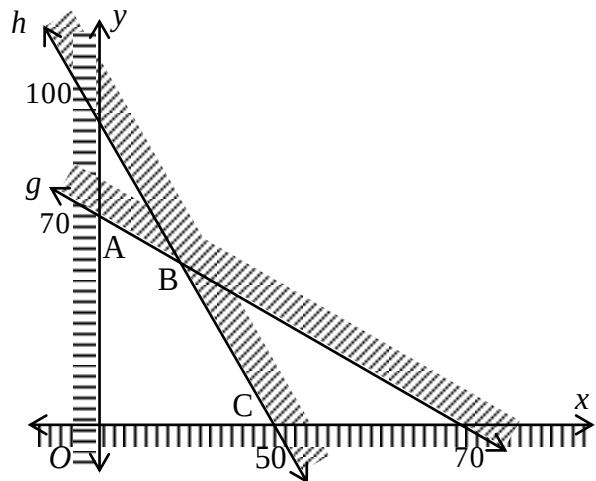
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 70$ (g)

x	y	(x,y)
0	70	(0, 70)
70	0	(70, 0)

$2x + y = 100$ (h)

x	y	(x,y)
0	100	(0, 100)
50	0	(50, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 70)

Titik C koordinatnya adalah C(50, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad x + y = 70$$

$$(2) \quad 2x + y = 100$$

$$\begin{array}{r} -x \\ \hline \end{array} = -30 \quad \text{jadi } x = 30$$

karena $x + y = 70$ maka $30 + y = 70$, sehingga $y = 40$

Jadi koordinat titik B adalah B(30, 40)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni

$f(x,y) = 600000x + 300000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 70) \rightarrow f(A) = 600000(0) + 300000(70) = 21.000.000$$

$$B(30, 40) \rightarrow f(B) = 600000(30) + 300000(40) = 30.000.000$$

$$C(50, 0) \rightarrow f(C) = 600000(50) + 300000(0) = 30.000.000$$

Jadi besarnya pendapatan maksimum untuk sekali jalan adalah Rp. 30.000.000

03. Seorang anak diharuskan memakan dua jenis tablet tiap hari. Tablet pertama mengandung 2 unit vitamin A dan 2 unit vitamin B, sedangkan tablet kedua mengandung 3 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam satu hari anak itu memerlukan paling sedikit 12 unit vitamin A dan 8 unit vitamin B. Jika harga tablet pertama Rp. 500 perbutir dan tablet kedua Rp. 1.000 perbutir maka agar pengeluaran minimum banyak tablet pertama yang harus dibeli adalah ...

Jawab

Misalkan x = banyaknya tablet jenis pertama

y = banyaknya tablet jenis kedua

maka dapat disusun kendala kebutuhan vitamin A dan vitamin B sebagai berikut:

	Tablet 1	Tablet 2	Persediaan
Vit. A	2	3	12
Vit. B	2	1	8

Dari tabel di atas dapat disusun kendala, yakni :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &\geq 12 \\ 2x + y &\geq 8 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

Fungsi pengeluaran $f(x, y) = 500x + 1000y$

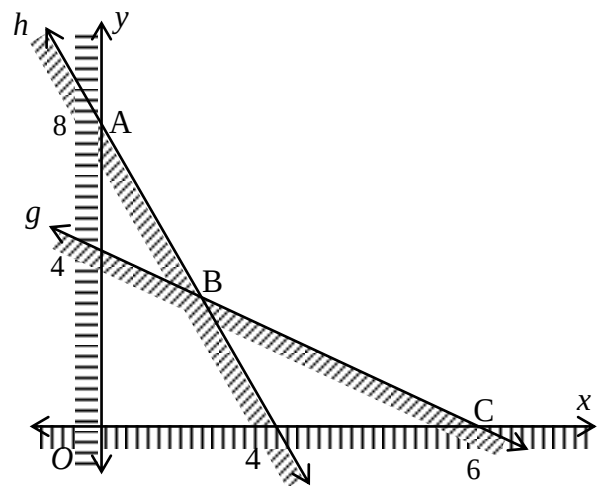
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$2x + 3y = 12$ (g)

x	y	(x,y)
0	4	(0, 4)
6	0	(6, 0)

$2x + y = 8$ (h)

x	y	(x,y)
0	8	(0, 8)
4	0	(4, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 8)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 2x + 3y = 12$$

$$(2) \quad 2x + y = 8$$

$$2y = 4 \quad \text{jadi } y = 2$$

karena $2x + y = 8$ maka $2x + 2 = 8$, sehingga $2x = 6$, $x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 2)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni

$f(x, y) = 500x + 1000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 8) \longrightarrow f(A) = 500(0) + 1000(8) = 8.000$$

$$B(3, 2) \longrightarrow f(B) = 500(3) + 1000(2) = 3.500$$

$$C(6, 0) \longrightarrow f(C) = 500(6) + 1000(0) = 3.000$$

Jadi besarnya pengeluaran minimum Rp. 3.000 didapat jika dibeli 6 tablet pertama

04. Buku jenis A yang harga belinya Rp. 2.500 dijual dengan harga Rp. 3.000 per buah. Sedangkan buku jenis B yang harga belinya Rp. 5.000 dijual dengan harga Rp. 6.000 perbuah. Seorang pedagang mempunyai modal Rp. 2.500.000 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 600 buah buku. Tentukanlah keuntungan maksimum dari penjualan buku tersebut

Jawab

Misalkan x = banyaknya buku jenis A

y = banyaknya buku jenis B

maka dapat disusun kendala modal dan kapasitas kios sebagai berikut:

$$x + y \leq 600$$

$$2500x + 5000y \leq 2500000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 600$

$$x + 2y \leq 1000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi laba : $f(x, y) = 500x + 1000y$

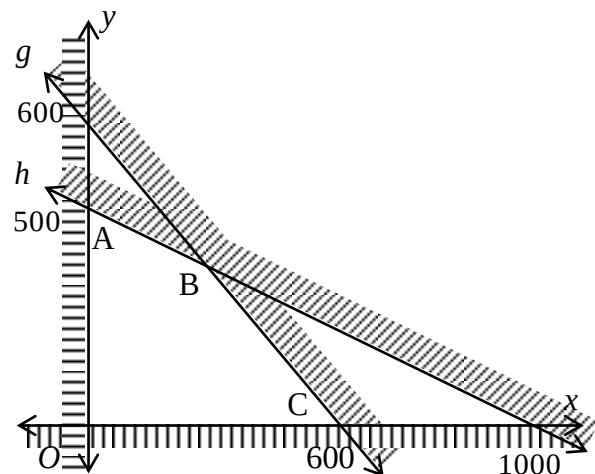
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 600$ (g)

x	y	(x,y)
0	600	(0, 600)
600	0	(600, 0)

$x + 2y = 1000$ (h)

x	y	(x,y)
0	500	(0, 500)
1000	0	(1000, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 500)

Titik C koordinatnya adalah C(600, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad x + y = 600$$

$$(2) \quad x + 2y = 1000$$

$$-y = -400 \quad \text{jadi } y = 400$$

karena $x + y = 600$ maka $x + 400 = 600$, sehingga $x = 200$

Jadi koordinat titik B adalah B(200, 400)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 500x + 1000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 500) \longrightarrow f(A) = 500(0) + 1000(500) = 500.000$$

$$B(200, 400) \longrightarrow f(B) = 500(200) + 1000(400) = 500.000$$

$$C(600, 0) \longrightarrow f(C) = 500(600) + 1000(0) = 300.000$$

Jadi keuntungan maksimum dari penjualan buku tersebut adalah Rp. 500.000

05. Seorang pedagang minuman menjual dua jenis minuman ringan pada suatu tempat yang dapat menampung 500 botol minuman. Harga beli minuman jenis A dan jenis B masing-masing Rp. 2000 dan Rp 4000 per botol. Jika ia memiliki modal Rp. 1.600.000 serta akan memperoleh laba perbuah Rp. 800 untuk minuman jenis A dan Rp. 600 untuk minuman jenis B, maka berapakah banyaknya minuman minuman jenis A dan B agar diperoleh laba maksimum ?

Jawab

Misalkan x = banyaknya minuman jenis A

y = banyaknya minuman jenis B

maka dapat disusun kendala modal dan kapasitas kios sebagai berikut:

$$x + y \leq 500$$

$$2000x + 4000y \leq 1.600.000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 500$

$$x + 2y \leq 800$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi laba : $f(x, y) = 800x + 600y$

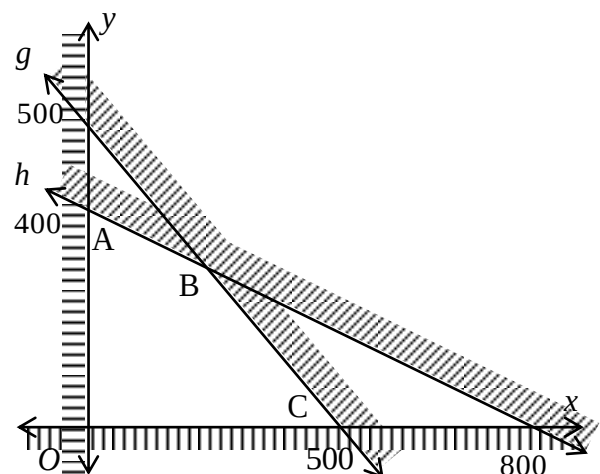
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 500$ (g)

x	y	(x,y)
0	500	(0, 500)
500	0	(500, 0)

$x + 2y = 800$ (h)

x	y	(x,y)
0	400	(0, 400)
800	0	(800, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 400)

Titik C koordinatnya adalah C(500, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad x + y = 500$$

$$(2) \quad x + 2y = 800$$

$$\underline{-y = -300} \quad \text{jadi } y = 300$$

karena $x + y = 500$ maka $x + 300 = 500$, sehingga $x = 200$

Jadi koordinat titik B adalah B(200, 300)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 800x + 600y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 400) \longrightarrow f(A) = 800(0) + 600(400) = 240.000$$

$$B(200, 300) \longrightarrow f(B) = 800(200) + 600(300) = 360.000$$

$$C(500, 0) \longrightarrow f(C) = 800(500) + 600(0) = 400.000$$

Jadi keuntungan maksimum yakni sebesar Rp. 400.000 diperoleh jika dijual minuman jenis A saja sebanyak 500 botol

SOAL LATIHAN 04

D. Menafsirkan Nilai Optimum dalam Program Linier

01. Untuk memproduksi barang jenis A dengan harga jual Rp.900.000 per buah suatu perusahaan membutuhkan biaya Rp. 400.000 dan waktu 10 jam. Sedangkan barang B dengan harga jual Rp. 1.000.000 per buah membutuhkan biaya Rp. 300.000 dengan waktu 15 jam. Jika dana yang tersedia Rp. 18.000.000 dan waktu kerja 600 jam per bulan, maka hasil penjualan maksimum yang diperoleh tiap bulan adalah Rp....
- A. 40.000.000 B. 40.500.000 C. 45.000.000
D. 47.000.000 E. 48.000.000
02. Luas daerah parkir 500 m^2 . Luas rata-rata mobil sedan adalah 5 m^2 dan bus 20 m^2 . Biaya parkir masing-masing adalah Rp. 500 untuk sedan dan Rp. 1.000 untuk bus. Daerah parkir itu dapat menampung tidak lebih dari 70 kendaraan. Pendapatan maksimum tukang parkir itu adalah Rp.
- A. 40.000 B. 80.000 C. 35.000
D. 25.000 E. 12.000
03. Suatu pesawat udara mempunyai 50 tempat duduk. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasinya 50 kg dan setiap penumpang kelas ekonomi 20 kg. Pesawat itu hanya dapat menampung bagasi maksimum 1.600 kg. jika tiket untuk kelas utama seharga Rp. 500.000 dan untuk kelas ekonomi seharga Rp. 250.000 maka banyaknya tiket penumpang kelas utama dan ekonomi terjual agar diperoleh pendapatan maksimum adalah
- A. 20 tiket kelas utama dan 30 kelas ekonomi
B. 40 tiket kelas utama dan 10 kelas ekonomi
C. 20 tiket kelas utama dan 40 kelas ekonomi
D. 32 tiket kelas utama saja
E. 50 tiket kelas ekonomi saja
04. Mainan A yang harga belinya Rp. 1.000 dijual seharga Rp. 1.100 per buah. Sedangkan mainan B yang harga belinya Rp. 1.500 dijual dengan harga Rp. 1.700 perbuah. Seorang pedagang mainan mempunyai modal Rp. 300.000 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 250 buah mainan. Keuntungan maksimum dari penjualan mainan itu adalah Rp.
- A. 25.000 B. 35.000 C. 40.000
D. 50.000 E. 65.000
05. Seseorang hendak mengangkut paling sedikit 60 ton barang dari gudang ke tokonya. Untuk itu ia dapat menyewa dua macam truk. Truk I kapasitasnya 2 ton dengan sewa Rp. 30.000 sekali jalan dan truk II kapasitasnya 3 ton dengan sewa Rp. 50.000 sekali jalan. Jika sekurang-kurangnya ada 24 perjalanan maka biaya minimumnya adalah Rp.
- A. 600.000 B. 900.000 C. 960.000
D. 1.000.000 E. 1.200.000

06. Seorang anak diharuskan memakan dua jenis tablet tiap hari. Tablet pertama mengandung 4 unit vitamin A dan 3 unit vitamin B, sedangkan tablet kedua mengandung 8 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam satu hari anak itu memerlukan 20 unit vitamin A dan 10 unit vitamin B. Jika harga tablet pertama Rp. 500 perbutir dan tablet kedua Rp. 1.000 perbutir maka agar pengeluaran minimum banyak tablet pertama yang harus dibeli adalah ...
- A. 3 butir B. 10 butir C. 5 butir
D. 2 butir E. 3 dan 5 butir
07. Seorang pedagang buah buahan menjual dua jenis mangga pada suatu tempat yang dapat menampung 400 buah. Harga beli mangga harum manis dan mangga Indramayu masing-masing Rp. 200 dan Rp 400 per buah. Jika ia memiliki modal Rp. 90.000 serta akan memperoleh laba perbuah Rp. 100 untuk mangga harum manis dan Rp. 50 untuk harga mangga indramayu, maka laba maksimum yang diperoleh adalah Rp.
- A. 25.000 B. 35.000 C. 45.000
D. 40.000 E. 55.000
08. Suatu perusahaan gula memerlukan 400 kg unsur A dan 500 kg unsur B perminggu. Gula jenis I memerlukan 10 kg unsur A dan 20 kg unsur B sedangkan gula jenis II memerlukan 15 kg unsur A dan 5 kg unsur B. Bila keuntungan gula jenis I adalah Rp. 1.000 per kg dan gula jenis II adalah Rp. 750 per kg maka keuntungan maksimum perminggu yang diperoleh perusahaan itu adalah Rp...
- A. 31.000 B. 33.000 C. 35.000
D. 38.000 E. 40.000
09. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi toko sepatunya dengan sepatu lelaki paling sedikit 100 pasang dan tidak boleh melebihi 150 pasang, serta sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat maksimum 400 pasang sepatu. Jika keuntungan setiap pasang sepatu Rp. 4.000 maka keuntungan maksimum yang diperolehnya adalah Rp.
- A. 1.550.000 B. 16.000 C. 1.600.000
D. 18.000 E. 1.250.000
10. Untuk membuat satu cetak roti jenis A diperlukan 50 gram mentega dan 60 gram tepung. Sedangkan untuk membuat satu cetak roti jenis B diperlukan 100 gram mentega dan 20 gram tepung. Jika tersedia 3,5 kg mentega dan 2,2 kg tepung maka jumlah kedua macam roti yang dapat dibuat paling banyak adalah ...
- A. 30 B. 45 C. 50
D. 65 E. 67
11. Seorang tukang jahit mempunyai kain merah 20 m dan kain putih 10 m yang akan dibuat 2 model pakaian. Pakaian model 1 memerlukan 1 m kain warna merah dan 1,5 m kain putih. Pakaian model II memerlukan 2 m kain merah dan 0,5 m kain putih. Jumlah maksimum pakaian yang dapat dibuat adalah ...
- A. 10 B. 12 C. 13
D. 17 E. 20

- 10

- 11

22. Seorang penjaja buah buahan menggunakan gerobak untuk menjual apel dan pisang. Harga pembelian apel adalah Rp. 1000 / kg dan pisang Rp. 400 / kg. Modal hanya Rp. 250.000 dan muatan gerobaknya tidak dapat lebih dari 400 kg. Jika keuntungan tiap kg apel dua kali keuntungan tiap kg pisang maka untuk memperoleh keuntungan sebesar-besarnya haruslah pedagang itu membeli ...
- A. 200 kg apel saja
B. 400 kg apel saja
C. 170 kg apel dan 200 kg pisang
D. 400 kg pisang saja
E. 150 kg apel dan 250 kg pisang
23. Seorang penjahit memiliki persediaan 20 m kain polos dan 20 m kain bergaris untuk membuat dua jenis pakaian. Pakaian model I memerlukan 1 m kain polos dan 3 m kain bergaris. Pakaian model II memerlukan 2 m kain polos dan 1 m kain bergaris. Pakaian model I dijual dengan harga Rp 150.000,00 per potong, dan pakaian model II dijual dengan harga Rp 100.000,00 per potong. Penghasilan maksimum yang dapat diperoleh penjahit tersebut adalah ...
- A. Rp. 1.400.000,00
B. Rp. 1.600.000,00
C. Rp. 1.800.000,00
D. Rp. 1.900.000,00
E. Rp. 2.000.000,00