

RINGKASAN & MATERI

PREDIKSI UN USBN SMA/MA IPS 2020

PENGAYAAN LEVEL KOGNITIF SOAL

JENIS SOAL DAN PEMBAHASAN

- SOAL PENGETAHUAN DAN PEMAHAMAN
- SOAL APLIKASI/TERAPAN
- SOAL PENALARAN
- SOAL HOTS

☒ Bahasa Indonesia

☒ Matematika

☒ Bahasa Inggris

☒ Geografi

☒ Ekonomi

☒ Sosiologi

RINGKASAN MATERI MATEMATIKA

1. PANGKAT, AKAR, DAN LOGARITMA
2. FUNGSI KUADRAT
3. PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN KUADRAT
4. SISTEN PERSAMAAN LINEAR DAN SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR
5. FUNGSI, KOMPOSISI FUNGSI, FUNGSI INVERS, DAN GRAFIK FUNGSI
6. PROGRAM LINEAR
7. MATRIKS
8. BARISAN DAN DERET
9. LIMIT FUNGSI ALJABAR
10. TURUNAN FUNGSI ALJABAR
11. INTEGRAL FUNGSI ALJABAR
12. TRIGONOMETRI
13. RUANG DIMENSI TIGA
14. STATISTIKA
15. KAIDAH PENCACAHAN, PERMUTASI, DAN KOMBINASI
16. PELUANG KEJADIAN

BAB
1

PANGKAT, AKAR, DAN LOGARITMA

A. Bentuk Pangkat

Bilangan berpangkat a^n dengan a bilangan real dan n bilangan bulat didefinisikan sebagai berikut.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

a disebut sebagai bilangan pokok dan n disebut pangkat.

1. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat

Untuk a dan b bilangan pokok serta m dan n adalah pangkat, maka berlaku sifat-sifat berikut.

- | | | |
|-------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a. $a^0 = 1$ | d. $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$ | f. $(a \times b)^m = (ab)^m$ |
| b. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | e. $(a^m)^n = a^{mn}$ | g. $a^m : b^m = (a:b)^m, b \neq 0$ |
| c. $a^m \times a^n = a^{n+m}$ | | |

2. Persamaan Pada Pangkat Bentuk Aljabar

Untuk $a > 0; a \neq 0; b > 0; a \neq b$

- Jika $a^{f(x)} = a^p$ maka penyelesaiannya $f(x) = p$.
- Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ maka penyelesaiannya $f(x) = g(x)$.
- Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ dengan syarat $a \neq b$, maka penyelesaiannya $f(x) = 0$.

B. Bentuk Akar

Bentuk akar merupakan kebalikan dari pangkat. Bentuk b adalah akar pangkat n dari a , maka ditulis $b = \sqrt[n]{a}$. Simbol Akar pangkat dua dari suatu bilangan adalah $\sqrt{\quad}$. Simbol akar pangkat tiga dari suatu bilangan adalah $\sqrt[3]{\quad}$.

1. Sifat-Sifat Operasi Bentuk Akar

- a. $p\sqrt{a} + q\sqrt{a} = (p+q)\sqrt{a}$ c. $p\sqrt{a} + p\sqrt{b} = p(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ e. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0$
 b. $p\sqrt{a} - q\sqrt{a} = (p-q)\sqrt{a}$ d. $p\sqrt{a} \times q\sqrt{b} = pq\sqrt{a \times b}$ f. $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Sifat-sifat di atas juga berlaku untuk bentuk akar pangkat n dari suatu bilangan.

2. Merasionalkan Pecahan Berpenyebut Bentuk Akar

Langkah-langkahnya adalah mengalikan pembilang dan penyebut dengan bentuk sekawan dari penyebut. Bentuk $a + c\sqrt{b}$ sekawan dengan $a - c\sqrt{b}$. Bentuk $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$ sekawan dengan $m\sqrt{a} - n\sqrt{b}$. Hasil-hasil merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar.

- a. $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b}\sqrt{b}, b \neq 0$ d. $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c}{a-b}(\sqrt{a} + \sqrt{b}), a \neq b$
 b. $\frac{c}{a + \sqrt{b}} = \frac{c}{a^2 - b}(a - \sqrt{b})$ e. $\frac{\sqrt{c} + \sqrt{d}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{c} + \sqrt{d}}{a-b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}), a \neq b$
 c. $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c}{a-b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}), a \neq b$

C. Logaritma

Logaritma dan pangkat mempunyai hubungan dalam operasi hitung. Jika a dan p bilangan positif, maka diperoleh hubungan berikut. Jika $p^n = a$, maka penyelesaiannya adalah $n = {}^p\log a$.

1. Sifat-Sifat Operasi Hitung Logaritma

- a. ${}^p\log 1 = 0$ g. ${}^p\log a^n = n \times {}^p\log a$
 b. ${}^p\log p = 1$ h. ${}^p\log a = \frac{{}^c\log a}{{}^c\log p}$
 c. ${}^p\log p^n = n$ i. $p^{{}^p\log a} = a$
 d. ${}^p\log a + {}^p\log b = {}^p\log (ab)$ j. ${}^a\log b = \frac{1}{{}^b\log a}$
 e. ${}^p\log a - {}^p\log b = {}^p\log \left(\frac{a}{b}\right)$ k. ${}^a\log b^n = \left(\frac{n}{m}\right)({}^a\log b)$
 f. ${}^p\log a \times {}^a\log b = {}^p\log b$

2. Persamaan Logaritma

- a. Jika ${}^p\log f(x) = {}^p\log k$ dan $f(x) > 0$, maka penyelesaiannya adalah $f(x) = k$.
 b. Jika ${}^p\log f(x) = {}^q\log f(x)$ dan $p \neq q$, maka penyelesaiannya adalah $f(x) = 1$.
 c. Jika ${}^p\log f(x) = {}^p\log g(x)$, $f(x) > 0$, dan $g(x) > 0$, maka penyelesaiannya adalah $f(x) = g(x)$.
 d. Jika ${}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, $h(x) > 0$, dan $f(x) \neq 1$, maka penyelesaiannya adalah $f(x) = g(x)$.

Soal Bahas Pangkat, Akar, & Logaritma

1. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{2a^{-4}b^3c^3}{6a^3b^{-2}c^{-5}}\right)^{-1}$

adalah

- A. $\frac{3a^7}{b^5c^8}$ D. $\frac{3a^7}{bc^8}$
 B. $\frac{a^7b^5}{3c^8}$ E. $\frac{3c^2}{a^7b^5}$
 C. $\frac{3a^7}{b^5c^2}$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: A

$$\begin{aligned}\left(\frac{2a^{-4}b^3c^3}{6a^3b^{-2}c^{-5}}\right)^{-1} &= \left(\frac{a^{-4-3}b^{3-(-2)}c^{3-(-5)}}{3}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{a^{-7}b^5c^8}{3}\right)^{-1} = \frac{a^7b^{-5}c^{-8}}{3^{-1}} \\ &= \frac{3a^7}{b^5c^8}\end{aligned}$$

2. Bentuk sederhana dari $\frac{6}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dots$

- A. $\frac{3}{5}(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$ D. $\frac{3}{5}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$
 B. $\frac{3}{5}(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ E. $\frac{5}{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$
 C. $\frac{5}{3}(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: D

$$\begin{aligned}\frac{6}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \frac{6}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{6(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{6(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{12-2} \\ &= \frac{6(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{10} = \frac{3}{5}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\end{aligned}$$

3. Hasil dari $\frac{{}^5\log 8 \cdot {}^4\log 25 + {}^4\log 8}{{}^5\log 50 - {}^5\log 2} = \dots$

- A. 6 D. $\frac{9}{4}$
 B. 4 E. $\frac{3}{2}$
 C. 3

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: D

$$\begin{aligned}&\frac{{}^5\log 8 \cdot {}^4\log 25 + {}^4\log 8}{{}^5\log 50 - {}^5\log 2} \\ &= \frac{{}^5\log 2^3 \cdot {}^2\log 5^2 + {}^2\log 2^3}{{}^5\log \frac{50}{2}} \\ &= \frac{3 \cdot \frac{2}{2} \cdot {}^5\log 2 \cdot {}^2\log 5 + \frac{3}{2} \cdot {}^2\log 2}{{}^5\log 5^2} \\ &= \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{3}{2} \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{9}{4}\end{aligned}$$

4. Nilai dari $3({}^2\log y) - {}^2\log y^2 + {}^2\log \frac{1}{y} = \dots$

- A. 1 D. -1
 B. 0 E. -y
 C. y

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: B

$$\begin{aligned}&3({}^2\log y) - {}^2\log y^2 + {}^2\log \frac{1}{y} \\ &= {}^2\log y^3 - {}^2\log y^2 + {}^2\log \frac{1}{y} \\ &= {}^2\log \left(\frac{y^3}{y^2 \cdot y}\right) \\ &= {}^2\log 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

5. Diketahui ${}^2\log 5 = p$ dan ${}^3\log 2 = q$.
Bentuk ${}^3\log 125 + {}^8\log 27$ dinyatakan
dengan

- A. $\frac{p^2q+1}{q}$ D. $\frac{3pq+1}{q}$
B. $\frac{pq+1}{p}$ E. $\frac{3pq^2+1}{q}$
C. $\frac{3p^2q+1}{p}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

$${}^3\log 2 = q \Leftrightarrow \frac{\log 2}{\log 3} = q$$

$$\Leftrightarrow \log 2 = q \log 3$$

$${}^2\log 5 = p \Leftrightarrow \frac{\log 5}{\log 2} = p$$

$$\Leftrightarrow \log 5 = p \log 2 = pq \log 3$$

$$(i) \quad {}^3\log 125 = \frac{\log 125}{\log 3} = \frac{3 \log 5}{\log 3} = \frac{3 pq \log 3}{\log 3} = 3pq$$

$$(ii) \quad {}^8\log 27 = \frac{\log 27}{\log 8} = \frac{3 \log 3}{3 \log 2} = \frac{3 \log 3}{3 q \log 3} = \frac{1}{q}$$

$${}^3\log 125 + {}^8\log 27 = 3pq + \frac{1}{q} = \frac{3pq^2 + 1}{q}$$

BAB
2

FUNGSI KUADRAT

Bentuk umum fungsi kuadrat adalah $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.

A. Ciri-Ciri dan Kedudukan Grafik Fungsi Kuadrat

1. Berdasarkan Nilai a

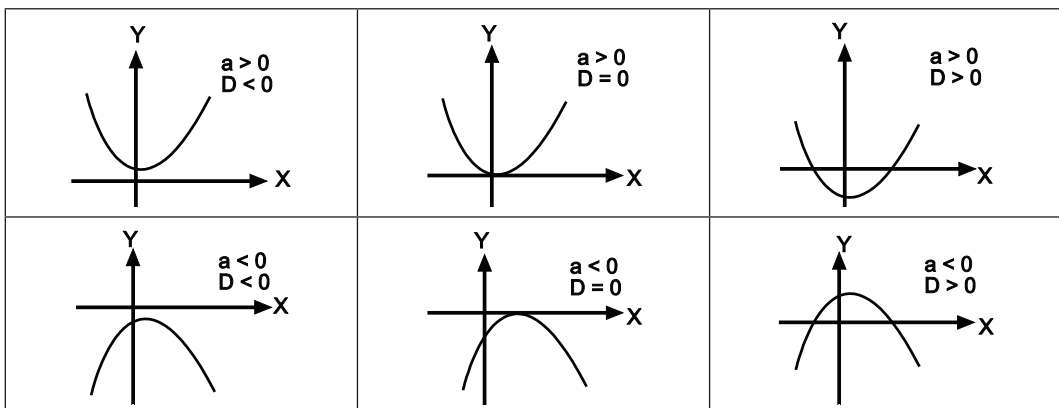
- Jika nilai $a < 0$, grafik membuka ke bawah
- Jika nilai $a > 0$, grafik membuka ke atas

2. Berdasarkan Nilai Diskriminan ($D=b^2-4ac$)

- Jika $D > 0$, grafik memotong sumbu X
- Jika $D = 0$, grafik menyinggung sumbu X
- Jika $D < 0$, grafik tidak menyinggung sumbu X

3. Berdasarkan Nilai a dan D

- Jika $a > 0$ dan $D < 0$, grafik definit positif
- Jika $a < 0$ dan $D < 0$, grafik definit negatif



B. Menentukan Unsur-Unsur Pada Grafik Fungsi Kuadrat

1. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$
2. Sumbu simetri: $x = -\frac{b}{2a}$
3. Memotong sumbu Y di $(0, c)$

C. Menentukan Rumus Fungsi Kuadrat

1. Fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ dan sebuah titik lainnya.
 $y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
2. Fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu X di titik $(x_1, 0)$ dan sebuah titik lainnya.
 $y = f(x) = a(x - x_1)^2$
3. Fungsi kuadrat yang memiliki titik puncak (p, q) dan melalui salah satu titik yang lainnya.
 $y = f(x) = a(x - p)^2 + q$

Kedudukan antara grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dengan garis lurus $y = mx + n$. Dengan mensubstitusikan kedua persamaan tersebut diperoleh persamaan baru $px^2 + qx + r = 0$. Dengan melihat nilai Diskriminan (D) dari persamaan $px^2 + qx + r = 0$ diperoleh kedudukan kedua garis tersebut.

1. Jika $D > 0$, kedua grafik saling memotong.
2. Jika $D = 0$, kedua grafik saling menyinggung.
3. Jika $D < 0$, kedua grafik tidak menyinggung maupun memotong.

Soal Bahas Fungsi Kuadrat

1. Koordinat titik balik grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 6x + 5$ adalah
 A. (5, 1) D. (-3, 4)
 B. (3, -4) E. (-3, -4)
 C. (1, 5)

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: B

$y = x^2 - 6x + 5$ diperoleh $a = 1$, $b = -6$, dan $c = 5$.

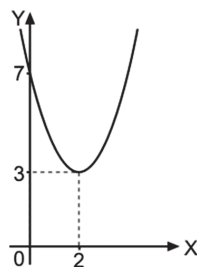
Titik puncak = (x_p, y_p)

$$x_p = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$$

$$y_p = (3)^2 - 6 \times 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -9 + 5 = -4$$

Jadi, titik puncaknya $(3, -4)$.

2. Persamaan grafik fungsi kuadrat pada gambar di bawah ini adalah



- A. $y = x^2 - 4x + 7$ D. $y = x^2 + 7x + 4$
 B. $y = x^2 + 4x + 7$ E. $y = x^2 - 7x + 4$
 C. $y = x^2 + 4x - 7$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan**Jawaban: A**

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang mempunyai titik puncak (p, q) yaitu $f(x) = a(x - p)^2 + q$.

Titik puncak grafik fungsi kuadrat di (2, 3), berarti $p = 2$ dan $q = 3$.

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 3$$

Grafik fungsi kuadrat melalui (0, 7) sehingga $x = 0$ dan $y = f(0) = 7$ memenuhi persamaan grafik fungsi kuadrat.

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 3$$

$$f(0) = a(0 - 2)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 7 = 4a + 3$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4a$$

$$\Leftrightarrow a = 1$$

Persamaan fungsi kuadratnya menjadi:

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 3$$

$$= 1 \times (x^2 - 4x + 4) + 3$$

$$= x^2 - 4x + 7$$

Jadi, fungsi kuadratnya $y = x^2 - 4x + 7$

3. Diketahui grafik fungsi $y = x^2 - 2px + p + 6$ menyinggung sumbu X. Nilai p adalah
 A. $p = 1$ atau $p = -6$
 B. $p = 2$ atau $p = -3$
 C. $p = 3$ atau $p = -1$
 D. $p = 3$ atau $p = -2$
 E. $p = 6$ atau $p = -1$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan**Jawaban: D**

$$y = x^2 - 2px + p + 6$$

$$a = 1; b = -2p; c = p + 6$$

Syarat menyinggung sumbu X adalah $D = 0$.

$$D = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2p)^2 - 4 \times 1 \times (p + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4p^2 - 4(p + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow p^2 - (p + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow p^2 - p - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (p - 3)(p + 2) = 0$$

$$p = 3 \text{ atau } p = -2$$

Jadi, nilai p adalah 3 atau -2.

4. Diketahui grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 10x + p + 3$ memotong sumbu X. Batasan nilai p adalah

A. $p < 15\frac{1}{2}$ D. $p > -9\frac{1}{2}$

B. $p < 9\frac{1}{2}$ E. $p < -15\frac{1}{2}$

C. $p > 9\frac{1}{2}$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan**Jawaban: B**

$$y = 2x^2 - 10x + p + 3$$

Dari persamaan fungsi kuadrat

diperoleh $a = 2$, $b = -10$, dan $c = p + 3$

Syarat memotong sumbu X adalah

$$D > 0.$$

$$D > 0$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$(-10)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (p + 3) > 0$$

$$100 - 8(p + 3) > 0$$

$$100 - 8p - 24 > 0$$

$$76 - 8p > 0$$

$$8p - 76 < 0$$

$$8p < 76$$

$$p < \frac{76}{8}$$

$$p < 9\frac{1}{2}$$

Jadi, batasan nilai p adalah $p < 9\frac{1}{2}$.

5. Grafik fungsi kuadrat $y = 3x^2 + (p + 2)x + 10$ mempunyai ordinat titik puncak 7. Nilai p adalah
 A. $p = -8$ atau $p = 6$
 B. $p = -8$ atau $p = 4$
 C. $p = -6$ atau $p = 6$
 D. $p = -4$ atau $p = 8$
 E. $p = -4$ atau $p = 2$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: B

Grafik fungsi kuadrat

$y = 3x^2 + (p + 2)x + 10$ mempunyai

ordinat titik puncak 7 atau $y_p = 7$.

$$y_p = 7$$

$$-\frac{D}{4a} = 7$$

$$-\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 7$$

$$-\frac{(p+2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10}{4 \cdot 3} = 7$$

$$-\frac{(p+2)^2 - 120}{12} = 7$$

$$\frac{(p+2)^2 - 120}{12} = -7$$

$$(p+2)^2 - 120 = -84$$

$$(p+2)^2 = -84 + 120$$

$$(p+2)^2 = 36$$

$$p + 2 = -6 \text{ atau } p + 2 = 6$$

$$p = -8 \text{ atau } p = 4$$

Jadi, nilai $p = -8$ atau $p = 4$.

BAB
3

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN KUADRAT

A. Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$, dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.

1. Cara Menentukan Akar-Akar Persamaan Kuadrat

a. Memfaktorkan

$ax^2 + bx + c = 0$ diubah menjadi $\frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$, dengan $p + q = b$ dan $pq = ac$
sehingga diperoleh $x_1 = \frac{-p}{a}$ dan $x_2 = \frac{-q}{a}$

b. Melengkapkan kuadrat

Yaitu bentuk persamaan kuadrat diubah ke bentuk $(x + p)^2 = q$, dengan $p = \frac{b}{2}$ dan $q = -c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ sehingga diperoleh $x_1 = -p + \sqrt{q}$ dan $x_2 = -p - \sqrt{q}$.

c. Menggunakan rumus abc

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. Jenis-Jenis Akar Persamaan Kuadrat

Akar-akar persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai berbagai jenis dipandang dari nilai diskriminan ($D = b^2 - 4ac$).

- a. $D > 0$, mempunyai akar real.
- b. $D = 0$, mempunyai akar kembar real.
- c. $D < 0$, tidak mempunyai akar real.

3. Rumus Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka diperoleh:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

4. Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Misalkan x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$. Jika α dan β merupakan akar-akar yang baru dalam x_1 dan x_2 , persamaan kuadrat yang baru adalah $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

B. Pertidaksamaan Kuadrat

1. Bentuk Umum Pertidaksamaan Kuadrat

Bentuk-bentuk pertidaksamaan kuadrat sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0 \quad ax^2 + bx + c \geq 0$$

dengan $a, b, c \in \mathbb{R}$ dan $a \neq 0$.

2. Penyelesaian Pertidaksamaan Kuadrat

Langkah-langkah menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat sebagai berikut.

- Ubah pertidaksamaan ke bentuk umum.
- Tentukan pembuat nol fungsi kuadrat tersebut sebagai batas penyelesaian.
- Tentukan interval positif/negatif sebagai interval penyelesaian, gunakan bantuan garis bilangan agar lebih mudah.

Soal Bahas Persamaan & Pertidaksamaan Kuadrat

1. Himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $x^2 - 2x - 15 = 0$ adalah
- A. $\{-5, -3\}$ D. $\{-2, 5\}$
B. $\{-5, 3\}$ E. $\{3, 5\}$
C. $\{-3, 5\}$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: C

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

$x = -3$ atau $x = 5$. Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-3, 5\}$

2. Diketahui x_1 dan x_2 merupakan akar-akar penyelesaian dari persamaan $x^2 - 10x + 3 = 0$. Nilai dari $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$ adalah
- A. -30 D. 10
B. -10 E. 20
C. 3

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: E

$$\text{Persamaan } x^2 - 10x + 3 = 0$$

mempunyai nilai $a = 1$, $b = -10$, dan $c = 3$.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-10)}{1} = 10$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

$$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = 3 \times 10 = 30$$

Jadi, nilai dari $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 30$.

3. Diketahui x_1 dan x_2 akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 3 = 0$. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(2x_1 - 1)$ dan $(2x_2 - 1)$ adalah

$$\text{A. } x^2 + 8x - 17 = 0$$

$$\text{B. } x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\text{C. } x^2 - 4x - 17 = 0$$

$$\text{D. } x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\text{E. } x^2 + 8x - 5 = 0$$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

Misalkan akar-akar baru adalah α dan β .

$\alpha = 2x_1 - 1$ dan $\beta = 2x_2 - 1$, maka:

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= (2x_1 - 1) + (2x_2 - 1) \\ &= 2(x_1 + x_2) - 2 = 2(-3) - 2 = -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha \cdot \beta &= (2x_1 - 1) \cdot (2x_2 - 1) \\ &= (2x_1 \cdot 2x_2) - 2x_1 - 2x_2 + 1 \\ &= 4(x_1 \cdot x_2) - 2(x_1 + x_2) + 1 \\ &= 4(-3) - 2(-3) + 1 \\ &= -12 + 6 + 1 = -5\end{aligned}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\alpha = 2x_1 - 1$ dan $\beta = 2x_2 - 1$:

$$\begin{aligned}x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha \cdot \beta) &= 0 \\ x^2 - (-8)x + (-5) &= 0 \\ x^2 + 8x - 5 &= 0\end{aligned}$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(2x_1 - 1)$ dan $(2x_2 - 1)$ adalah $x^2 + 8x - 5 = 0$.

4. Jika salah satu akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + 5x - 12 = 0$ adalah 2 maka nilai a dan akar yang lain adalah

- A. $\frac{1}{2}$ dan 12 D. $\frac{2}{3}$ dan 10
B. $\frac{1}{2}$ dan -6 E. $\frac{1}{3}$ dan -12
C. $\frac{1}{2}$ dan -12

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

Persamaan kudrat $ax^2 + 5x - 12 = 0$ mempunyai akar 2, berarti dapat dituliskan:

$$\begin{aligned}a(2)^2 + 5(2) - 12 &= 0 \\ 4a + 10 - 12 &= 0 \\ 4a - 2 &= 0 \\ 4a &= 2\end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Sehingga persamaan kuadrat menjadi

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12 = 0$$

Menentukan akar yang lain

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$x = -12 \text{ atau } x = 2$$

Jadi, nilai a dan akar yang lain adalah $\frac{1}{2}$ dan -12.

5. Jika persamaan $2x^2 + px + p + 6 = 0$ memiliki akar-akar kembar maka nilai p = ...
- A. -6 atau -8 D. 4 atau 12
B. -4 atau 12 E. 6 atau 8
C. 4 atau -12

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: B

$$2x^2 + px + p + 6 = 0$$

$$a = 2; b = p; c = p + 6$$

Syarat akar-akar kembar adalah $D = 0$.

$$D = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$p^2 - 4 \cdot 2 \cdot (p + 6) = 0$$

$$p^2 - 8p - 48 = 0$$

$$(p + 4)(p - 12) = 0$$

$$p = -4 \text{ atau } p = 12$$

Jadi, nilai p adalah -4 atau 12.

BAB
4

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR

A. Sistem Persamaan Linear

1. Bentuk Umum Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = p \\ a_2x + b_2y = q \end{cases} \quad a_1, a_2, b_1, b_2, p, q \text{ anggota bilangan real, } x \text{ dan } y \text{ adalah variabel}$$

2. Bentuk Umum Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = p \\ a_2x + b_2y + c_2z = q \\ a_3x + b_3y + c_3z = r \end{cases} \quad a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, p, q, \text{ dan } r \text{ anggota bilangan real, } x, y, \text{ dan } z \text{ adalah variabel}$$

3. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

- Cara Menggambar Grafik, caranya dengan menggambar grafik dari SPL.
- Cara Substitusi, caranya dengan mensubstitusi (mengganti) salah satu variabel.
- Cara Eliminasi, salah satu variabelnya dihilangkan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan kedua persamaan linear.
- Gabungan Substitusi dan Eliminasi

Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah $\{x_0, y_0\}$ dan sistem persamaan linear tiga variabel adalah $\{x_0, y_0, z_0\}$.

B. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Bentuk umum sistem pertidaksamaan linear dua variabel, antara lain:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \leq p \\ a_2x + b_2y \leq q \end{cases} \quad \begin{cases} a_1x + b_1y \geq p \\ a_2x + b_2y \geq q \end{cases} \quad \begin{cases} a_1x + b_1y \geq p \\ a_2x + b_2y \leq q \end{cases}$$

a_1, a_2, b_1, b_2, p, q anggota bilangan real x dan y variabel. Tanda ketidaksamaan yang digunakan antara lain $<, >, \leq,$ dan $\geq$. Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel berupa titik-titik $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)\}$ atau daerah penyelesaian yang memuat dari kedua pertidaksamaan tersebut.

Soal Bahas Sistem Persamaan Linear & Pertidaksamaan Linear

1. Diketahui sistem persamaan

$$\begin{cases} 5x + 2y = 850 \\ 4x + 3y = 750 \end{cases}$$

Nilai x adalah

- A. 250 D. 100
B. 200 E. 50
C. 150

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: C

Sistem persamaan linear dua variabel.

Eliminasi y pada kedua persamaan

$$\begin{array}{rcl} 5x + 2y = 850 & \times 3 & 15x + 6y = 2550 \\ 4x + 3y = 750 & \times 2 & 8x + 6y = 1500 \\ \hline & & 7x = 1050 \\ & & x = 150 \end{array}$$

Jadi, nilai $x = 150$.

2. Ayu dan Rini membeli jeruk dan apel di toko buah. Ayu membeli 2 kg jeruk dan 1 kg apel dengan harga Rp55.000,00. Rini membeli 3 kg jeruk dan 4 kg apel dengan harga Rp145.000,00. Harga 1 kg jeruk adalah
- A. Rp7.500,00 D. Rp15.000,00
B. Rp 5.750,00 E. Rp17.500,00
C. Rp10.000,00

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

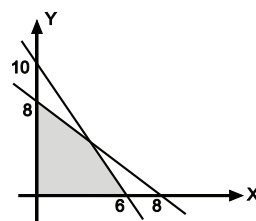
Jawaban: D

Misalkan: harga 1 kg jeruk = x
dan harga 1 kg apel = y . Dari permasalahan di atas, diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} 2x + y = 55.000 & \times 4 & 8x + 4y = 220.000 \\ 3x + 4y = 145.000 & \times 1 & 3x + 4y = 145.000 \\ \hline & & 5x = 75000 \\ & & x = 15000 \end{array}$$

Jadi, harga 1 kg jeruk adalah Rp15.000,00.

3. Perhatikan grafik di samping! Daerah yang diarsir merupakan daerah



penyelesaian dari sistem pertidaksamaan

- A. $x + y \leq 8$; $3x + 5y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
B. $x + y \geq 8$; $3x + 5y \geq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
C. $x + y \leq 8$; $5x + 3y \geq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
D. $x + y \geq 8$; $5x + 3y \geq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
E. $x + y \leq 8$; $5x + 3y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

Persamaan garis yang melalui (0, 8) dan (8, 0)

$$8x + 8y = 64 \Leftrightarrow x + y = 8$$

Persamaan garis yang melalui (0, 10) dan (6, 0)

$$10x + 6y = 60 \Leftrightarrow 5x + 3y = 30$$

Cek daerah yang di arsir memuat (1, 1)

$$x + y = 1 + 1 \leq 8, \text{ sehingga}$$

$$\text{pertidaksamaannya } x + y \leq 8$$

$$5x + 3y = 5(1) + 3(1) \leq 30, \text{ sehingga}$$

$$\text{pertidaksamaannya } 5x + 3y \leq 30$$

Jadi, sistem pertidaksamaannya adalah $x + y \leq 8$; $5x + 3y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

4. Nita membeli 4 kg semangka dan 3 kg apel dengan harga Rp155.000,00. Di toko yang sama Nuri membeli 3 kg semangka dan 2 kg apel dengan harga Rp110.000,00, serta Ari membeli 3 kg semangka dan 4 kg apel. Jika Ari membayar dengan uang Rp200.000,00, uang kembalian yang diterima Ari adalah
- A. Rp75.000,00 D. Rp45.000,00
B. Rp60.000,00 E. Rp40.000,00
C. Rp55.000,00

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

Misalkan x = harga 1 kg semangka dan
 y = harga 1 kg apel
Diperoleh sistem persamaan dua
variabel berikut.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 155.000 & (1) \\ 3x + 2y = 110.000 & (2) \end{cases}$$

Eliminasi variabel y dari persamaan

$$\begin{array}{rcl} 4x + 3y = 155.000 & \times 2 & 8x + 6y = 310.000 \\ 3x + 2y = 110.000 & \times 3 & 9x + 6y = 330.000 \\ \hline & & -x = -20.000 \\ & & x = 20.000 \end{array}$$

Substitusikan $x = 20.000$ ke
persamaan (2)

$$\begin{aligned} 3(20.000) + 2y &= 110.000 \\ 60.000 + 2y &= 110.000 \\ 2y &= 50.000 \\ y &= 25.000 \end{aligned}$$

Harga 3 kg semangka dan

$$\begin{aligned} 4 \text{ kg apel} &= 3x + 4y \\ &= 3(20.000) + 4(25.000) \\ &= 60.000 + 100.000 \\ &= 160.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Uang kembalian} &= 200.000 - 160.000 \\ &= 40.000 \end{aligned}$$

Jadi, kembalin yang diterima Ari adalah
Rp40.000,00.

5. Bu Hana, Bu Endah, dan Bu Irma
berbelanja di toko sembako yang
sama. Bu Hana berbelanja 2 kg
beras dan 3 kg gula pasir dengan
membayar sebesar Rp54.000,00.
Bu Endah berbelanja 3 kg beras dan
2 kg gula pasir dengan membayar
sebesar Rp51.000,00. Jika Bu Irma
berbelanja 5 kg beras dan 2 kg gula
pasir, Bu Irma harus membayar
sebesar
- A. Rp48.000,00 D. Rp78.000,00
B. Rp56.000,00 E. Rp80.000,00
C. Rp69.000,00

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

Misalkan: harga 1 kg beras = x dan
harga 1 kg gula pasir = y
Dari permasalahan di atas, diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y = 54.000 & \times 3 & 6x + 9y = 162.000 \\ 3x + 2y = 51.000 & \times 2 & 6x + 4y = 102.000 \\ \hline & & 5y = 60.000 \\ & & y = 12.000 \end{array}$$

$$y = 12.000 \rightarrow 2x + 3(12.000) = 54.000$$

$$2x + 36.000 = 54.000$$

$$2x = 18.000$$

$$x = 9.000$$

Harga 5 kg beras dan 2 kg gula pasir

$$\begin{aligned} &= 5x + 2y \\ &= 5(9.000) + 2(12.000) \\ &= 45.000 + 24.000 \\ &= 69.000 \end{aligned}$$

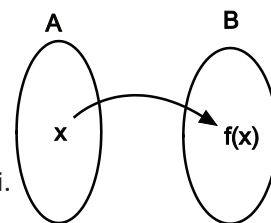
Jadi, Bu Irma harus membayar
Rp69.000,00.

BAB
5

FUNGSI, KOMPOSISI FUNGSI, FUNGSI INVERS, DAN GRAFIK FUNGSI

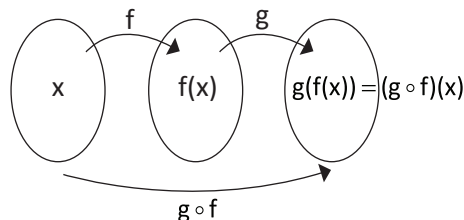
A. Fungsi

Suatu fungsi dinyatakan dengan bentuk $f : x \rightarrow f(x)$. Fungsi dari himpunan A ke B memasangkan setiap anggota himpunan A dengan tepat ke himpunan B. Himpunan A disebut Domain, himpunan B disebut Kodomain, dan anggota himpunan B yang mempunyai pasangan di A dinamakan Range. Nilai fungsi dari x dicari dengan mensubstitusikan x tersebut ke dalam rumus fungsi. Untuk nilai $x = a$, maka nilai fungsinya adalah $f(a)$. Misalkan: Jika $f(x) = 2x - 7$, maka $f(a) = 2a - 7$



B. Komposisi Fungsi

Komposisi fungsi f dan g dinyatakan dengan $f \circ g$.



1. Bentuk Komposisi Fungsi

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ atau dengan cara yang sama ditulis $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

2. Beberapa Sifat-Sifat Komposisi Fungsi

- $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$ (tidak komutatif)
- $(f \circ (g \circ h))(x) \neq ((f \circ g) \circ h)(x)$ (asosiatif)
- Mempunyai unsur identitas ($I(x) = x$)
 $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$

C. Fungsi Invers

Invers dari fungsi $f(x)$ dituliskan $f^{-1}(x)$.

1. Sifat-Sifat Invers Fungsi Dan Fungsi Invers

- Jika f^{-1} merupakan fungsi invers dari f , berlaku $(f^{-1} \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = I(x)$
- Untuk $f(x)$ dan $g(x)$ fungsi bijektif dan mempunyai fungsi invers $f^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$, maka berlaku: $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ dan $(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$.

2. Bentuk-Bentuk Fungsi Dan Invers Fungsinya

- $f(x) = ax + b$, maka invers fungsinya adalah $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$
- Jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, $a \neq 0$, dan $c \neq 0$, maka inversnya adalah $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$; $d, c \neq 0$, dan $a \neq c$

D. Grafik Fungsi

Grafik fungsi linear $y = mx + c$ berbentuk garis lurus. Grafik fungsi tersebut memotong sumbu X di titik $\left(-\frac{c}{m}, 0\right)$ dan memotong sumbu Y di titik $(0, c)$

Grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ berbentuk parabola. Grafik tersebut memiliki titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ dan memotong sumbu Y di titik $(0, c)$

Soal Bahas Fungsi, Komposisi Fungsi, Fungsi Invers & Grafik Fungsi

- Diketahui $f(x) = x^2 + 3x - 4$ maka $f(a+2)$ = ...
A. $a^2 + 3a - 2$ D. $a^2 + 7a + 6$
B. $a^2 + 3a + 6$ E. $a^2 + 7a + 14$
C. $a^2 + 7a + 2$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman
Jawaban: D

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + 3x - 4 \\f(a+2) &= (a+2)^2 + 3(a+2) - 4 \\&= a^2 + 4a + 4 + 3a + 6 - 4 \\&= a^2 + 7a + 6 \\ \text{Jadi, } f(a+2) &= a^2 + 7a + 6\end{aligned}$$

- Diketahui fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan fungsi $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dirumuskan dengan $f(x) = x - 1$ dan $g(x) = x^2 + 2x - 3$. Komposisi fungsi g atas f dirumuskan dengan $(g \circ f)(x) = \dots$
A. $x^2 - 4$ D. $x^2 - 4x - 4$
B. $x^2 - 5$ E. $x^2 - 4x - 5$
C. $x^2 - 6$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: A

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\&= (f(x))^2 + 2f(x) - 3 \\&= (x-1)^2 + 2(x-1) - 3\end{aligned}$$

$$= x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 - 3$$

$$= x^2 - 4$$

$$\text{Jadi, } (g \circ f)(x) = x^2 - 4$$

3. Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ didefinisikan dengan

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}, x \neq 1, \text{ dan } f^{-1}(x) \text{ adalah}$$

invers dari fungsi $f(x)$. Nilai dari $f^{-1}(-3)$ adalah

- A. -6
B. $-\frac{6}{5}$
C. 0
D. $\frac{6}{5}$
E. 6

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

$$\text{Diketahui } f(x) = \frac{2x+3}{x-1}, x \neq 1, f^{-1}(-3)$$

Dapat diartikan sebagai menentukan nilai x ketika $f(x) = -3$. Sehingga diperoleh persamaan:

$$f(x) = -3$$

$$\frac{2x+3}{x-1} = -3$$

$$2x+3 = -3(x-1)$$

$$2x+3 = -3x+3$$

$$2x+3x = 3-3$$

$$5x = 0$$

$$x = 0$$

Jadi, nilai dari $f^{-1}(-3) = 0$.

4. Diketahui suatu fungsi $f(x) = x^2 - 3x + 6$ dan $g(x) = x + 4$. Grafik fungsi $f(g(x))$ memotong sumbu Y di titik

- A. 0, -12)
B. (0, -10)
C. (0, 2)
D. (0, 10)
E. (0, 12)

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

$$f(g(x)) = (x+4)^2 - 3(x+4) + 6$$

$$= x^2 + 8x + 16 - 3x - 12 + 6$$

$$= x^2 + 5x + 10$$

sehingga $y = f(g(x))$ dapat ditulis

$$y = x^2 + 5x + 10$$

Grafik fungsi $y = x^2 + 5x + 10$

memotong sumbu Y pada saat $x = 0$.

untuk $x = 0$, maka $y = 0^2 + 5(0) + 10 = 10$.

Jadi, grafik fungsi $y = f(g(x))$

memotong sumbu Y dititik (0, 10)

5. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x+4}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$ dan $g(x) = 3x + 1$. Fungsi dari

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \dots$$

- A. $\frac{3x+9}{2x-5}; x \neq \frac{5}{2}$
B. $\frac{3x-7}{2x-5}; x \neq \frac{5}{2}$
C. $\frac{3x+5}{2x-9}; x \neq \frac{9}{2}$
D. $\frac{2x+9}{3x-5}; x \neq \frac{5}{3}$
E. $\frac{3x-9}{2x+5}; x \neq -\frac{5}{2}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: A

$$\text{Diketahui fungsi } f(x) = \frac{x+4}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$$

dan $g(x) = 3x + 1$.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+4}{2x-3}\right)$$

$$= 3\left(\frac{x+4}{2x-3}\right) + 1$$

$$= \frac{3x+12}{2x-3} + \frac{2x-3}{2x-3}$$

$$= \frac{5x+9}{2x-3}$$

Menggunakan rumus pada ringkasan materi di depan diperoleh invers fungsi dari $h(x)$ sebagai berikut.

$$(g \circ f)(x) = \frac{5x+9}{2x-3}$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{3x+9}{2x-5}, x \neq \frac{5}{2}$$

$$\text{jadi, } (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{3x+9}{2x-5}, x \neq \frac{5}{2}.$$

BAB
E

PROGRAM LINEAR

Program linear adalah materi kelanjutan dari sistem pertidaksamaan linear. Program linear adalah salah satu cara menentukan nilai maksimum atau minimum suatu fungsi tujuan dari daerah penyelesaian yang diberikan. Dalam hal ini daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

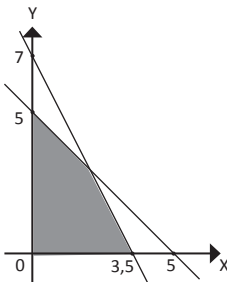
Langkah-langkah menyelesaikan permasalahan tentang program linear.

1. Membuat model
 - a. Memisalkan permasalahan dalam variabel x dan y .
 - b. Menuliskan fungsi tujuan.
2. Langkah penyelesaian
 - a. Menentukan daerah penyelesaian, dapat menggunakan diagram kartesius.
 - b. Menentukan titik-titik pojok daerah penyelesaian
 - c. Menentukan nilai fungsi tujuan dengan mensubstitusikan nilai (x,y) pada titik pojok tersebut ke fungsi tujuan. Proses ini dinamakan uji titik pojok.
3. Tentukan nilai maksimum atau minimumnya.

Soal Bahas Program Linear

1. Nilai maksimum fungsi objektif $f(x, y) = 3x + 2y$ pada daerah yang diarsir adalah
 - A. 15
 - B. 13
 - C. 12,5
 - D. 12
 - E. 10,5

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman



Jawaban: D

Daerah penyelesaian dalam grafik kartesius.

Persamaan garis yang melalui $(0, 7)$ dan $(3,5, 0)$ adalah $2x + y = 7$.

Persamaan garis yang melalui $(0, 5)$ dan $(5, 0)$ adalah $x + y = 5$.

Menentukan titik potong kedua garis:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 7 \\ x + y = 5 \quad - \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Dengan mensubstitusikan $x = 2$ ke dalam persamaan $x + y = 5$, diperoleh:

$$2 + y = 5 \Leftrightarrow y = 3$$

Diperoleh koordinat titik potong (2, 3)
 Uji titik pojok terhadap $f(x, y) = 3x + 2y$

(x, y)	$f(x, y) = 3x + 2y$
(0, 5)	$3 \cdot 0 + 2 \cdot 5 = 0 + 10 = 10$
(3, 5, 0)	$3 \cdot 3,5 + 2 \cdot 0 = 10,5 + 0 = 10,5$
(2, 3)	$3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 6 + 6 = 12$

Jadi, nilai maksimumnya adalah 12.

2. Pada sebuah supermarket, seorang karyawan menyediakan jasa pembungkusan kado. Untuk membungkus kado jenis A dibutuhkan 2 lembar kertas pembungkus dan 2 meter pita, sedangkan untuk membungkus kado jenis B dibutuhkan 2 lembar kertas dan 1 meter pita. Tersedia kertas 50 lembar dan pita 40 meter. Upah untuk membungkus setiap kado A dan kado B berturut-turut Rp5.000,00 dan Rp4.000,00. Upah maksimum yang dapat diterima oleh karyawan tersebut sebesar
- A. Rp75.000,00 D. Rp125.000,00
 B. Rp100.000,00 E. Rp160.000,00
 C. Rp115.000,00

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

Misalkan: x = banyak kado jenis A
 y = banyak kado jenis B

Model sistem pertidaksamaan
 (program linear)

$$2x + 2y \leq 50 \Leftrightarrow x + y \leq 25$$

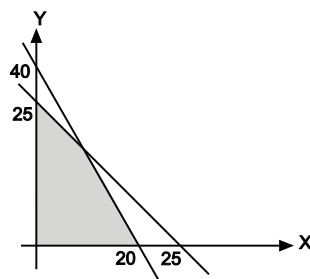
$$2x + y \leq 40$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi objektif $f(x, y) =$
 $5.000x + 4.000y$ (rupiah)

Grafik penyelesaian



Menentukan titik potong B.

$$x + y = 25$$

$$2x + y = 40$$

----- -

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

Dengan mensubstitusikan $x = 15$ ke dalam persamaan $x + y = 25$, diperoleh:

$$15 + y = 25, y = 10$$

Jadi, titik potongnya (15, 10).

Uji titik pojok terhadap fungsi objektif $f(x, y) = 5.000x + 4.000y$ (rupiah).

(x, y)	$5.000x + 4.000y$
(0, 25)	$0 + 100.000 = 100.000$
(20, 0)	$100.000 + 0 = 100.000$
(15, 10)	$75.000 + 40.000 = 115.000$

Jadi, upah maksimum yang dapat diterima oleh karyawan tersebut sebesar Rp115.000,00.

3. Seorang pedagang akan berjualan kaos katun dan kaos nilon. Modal yang tersedia hanya Rp6.000.000,00. Harga beli kaos katun Rp20.000,00/potong dan kaos nilon Rp40.000,00/potong. Toko tersebut hanya mampu menampung tidak lebih dari 200 potong kaos. Keuntungan untuk setiap penjualan 1 potong kaos katun dan 1 potong kaos nilon berturut-turut adalah Rp3.000,00 dan Rp4.000,00. Agar diperoleh keuntungan yang maksimum, sebaiknya pedagang tersebut membeli kaos katun sebanyak
- A. 50 D. 150
 B. 100 E. 200
 C. 125

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: B

Misalkan: x = banyak kaos katun
 y = banyak kaos nilon

	Kaos Katun	Kaos Nilon	Batasan
Variabel	x	y	
Harga Beli	20.000	40.000	6.000.000
Tampung	1	1	200
Keuntungan	3.000	4.000	

Diperoleh SPtLDV:

$$20.000x + 40.000y \leq 6.000.000 \Leftrightarrow x + 2y \leq 300$$

$$x + y \leq 200$$

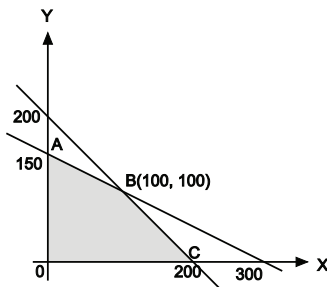
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Memaksimumkan fungsi objektif:

$$f(x, y) = 3.000x + 4.000y$$

Daerah penyelesaian SPtLDV:



Titik B merupakan perpotongan garis $x + 2y \Leftrightarrow 300$ dan $x + y = 200$, yaitu B(100, 100)

Uji titik pojok ke fungsi objektif :

Titik Pojok	$f(x, y) = 3.000x + 4.000y$
O (0, 0)	$3.000(0) + 4.000(0) = 0$
A (0, 150)	$3.000(0) + 4.000(150) = 600.000$
B (100, 100)	$3.000(100) + 4.000(100) = 700.000$
C (200, 0)	$3.000(200) + 4.000(0) = 600.000$

Nilai maksimum $f(x, y)$ adalah 600.000.000. Jadi, agar pedagang tersebut memperoleh keuntungan maksimum maka harus membeli 100 kaos katun.

4. Suatu perusahaan membuat dua jenis produk yaitu produk A dan B. Untuk membuat produk A diperlukan waktu 2 jam pada mesin I dan 3 jam pada mesin II. Sementara itu, untuk membuat produk B

diperlukan waktu 3 jam pada mesin I dan 2 jam pada mesin II. Waktu yang tersedia untuk mesin I dan mesin II sama yaitu 240 jam. Harga penjualan produk A Rp350.000,00 dan produk B Rp400.000,00. Hasil penjualan terbesar produk tersebut adalah

- A. Rp32.000.000,00
 B. Rp36.000.000,00
 C. Rp38.000.000,00
 D. Rp40.000.000,00
 E. Rp42.000.000,00

Tipe Soal Aplikasi/Terapan**Jawaban: B**

Misalkan: x = banyak produk A
 y = banyak produk B

	Banyak	Mesin I	Mesin II	Harga
Produk A	x	2	3	350.000
Produk B	y	3	2	400.000
Kebutuhan		240	240	

Diperoleh SPtLDV:

$$2x + 3y \leq 240$$

$$3x + 2y \leq 240$$

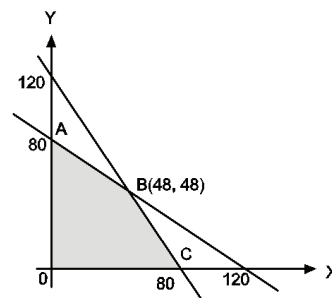
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Memaksimumkan fungsi objektif:

$$f(x, y) = 350.000x + 400.000y$$

Daerah penyelesaian SPtLDV:



Titik B merupakan perpotongan garis $3x + 2y = 240$ dan $2x + 3y = 240$.

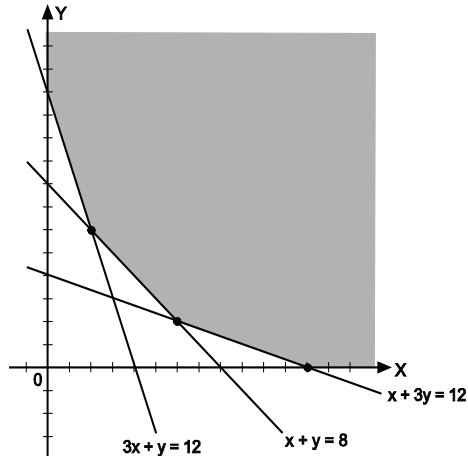
Koordinat B(48, 48)

Uji titik pojok ke fungsi objektif:

Titik Pojok	$f(x, y) = 350.000x + 400.000y$
O(0, 0)	$350.000(0) + 400.000(0) = 0$
A(80, 0)	$350.000(80) + 400.000(0) = 28.000.000$
B(48, 48)	$350.000(48) + 400.000(48) = 36.000.000$
C(0, 80)	$350.000(0) + 400.000(80) = 32.000.000$

Nilai maksimum $f(x, y)$ adalah
 36.000.000.
 Jadi, hasil penjualan terbesar
 36.000.000,00.

5. Perhatikan grafik berikut!



Nilai minimum fungsi objektif $f(x, y)$
 $= 3x + 5y$ pada daerah yang diarsir
 adalah

- A. 24 D. 36
 B. 26 E. 60
 C. 28

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Titik perpotongan garis $3x + y = 12$
 dan $x + y = 8$ adalah $(2, 6)$.
 Titik perpotongan garis $x + y = 8$ dan
 $x + 3y = 12$ adalah $(6, 2)$.

Uji titik pojok terhadap fungsi
 $f(x, y) = 3x + 5y$:

(x, y)	$f(x, y) = 3x + 5y$
$(0, 12)$	$3 \cdot 0 + 5 \cdot 12 = 60$
$(2, 6)$	$3 \cdot 2 + 5 \cdot 6 = 36$
$(6, 2)$	$3 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 28$
$(12, 0)$	$3 \cdot 12 + 5 \cdot 0 = 36$

Jadi, nilai minimum fungsi objektif 28.

BAB
7

MATRIKS

Matriks merupakan susunan bilangan-bilangan yang berbentuk persegi atau persegi panjang yang disusun dalam baris dan kolom yang disajikan di dalam tanda kurung.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & -7 & 6 \\ 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Matriks A berordo 2×2 , matriks B berordo 2×3 , matriks C berordo 3×3 .

A. Operasi Hitung Matriks

1. Penjumlahan/Pengurangan

Matriks-matriks dapat dijumlahkan/dikurangkan apabila kedua matriks berordo sama. Jumlah atau kurangkan elemen-elemen yang seletak. Secara umum ditulis:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d+j & e+k & f+l \end{pmatrix}$$

2. Perkalian Matriks

Matriks-matriks dapat dikalikan apabila banyak kolom pada matriks pertama sama dengan banyak baris pada kolom matriks kedua. Kalikan dengan cara pasangan satu-satu baris matriks pertama dengan kolom matriks kedua. Secara umum ditulis:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bh & af+bi & ag+bj \\ ce+dh & cf+di & cg+dj \end{pmatrix}$$

Perkalian skalar, yaitu perkalian suatu bilangan dengan matriks.

$$k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}, k \text{ adalah konstanta}$$

B. Transpose Matriks

Matriks A transpose (A^t) adalah sebuah matriks yang disusun dengan cara menuliskan baris ke-i matriks A menjadi kolom ke-i matriks A^t . Secara umum ditulis:

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ maka transpose matriks A adalah } A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}.$$

Sifat-sifat matriks transpose

1. $(A^t)^t = A$
2. $(A + B)^t = A^t + B^t$
3. $(AB)^t = B^t A^t$
4. $k(A^t) = (kA)^t$

C. Determinan dan Invers Matriks

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka determinan matriks A ($\text{Det}(A)$) adalah $|A| = ad - bc$.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ atau $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Jika matriks A mempunyai $\text{Det}(A) = 0$, maka matriks A merupakan matriks singular.

Jika matriks A mempunyai $\text{Det}(A) \neq 0$, maka matriks A merupakan matriks nonsingular.

Sifat-sifat matriks pada invers matriks

1. $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ (I adalah matriks identitas, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$)
2. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Penggunaan Invers matriks pada operasi hitung matriks

Jika diberikan suatu matriks A, B, dan X, maka diperoleh hubungan berikut.

1. Jika $AX = B$, maka penyelesaiannya $X = A^{-1}B$.
2. Jika $XA = B$, maka penyelesaiannya $X = BA^{-1}$.

Soal Bahas Matriks

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$,
 $B = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 29 \end{pmatrix}$

Agar dipenuhi $A + 2B^t = C$ dengan B^t menyatakan matriks transpose dari B, maka nilai b = ...

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 8
- E. 10

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: B

Diketahui $B = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}$,

maka $B^t = \begin{pmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 1 & b + 7 \end{pmatrix}$

$$A + 2B^t = C$$

$$\begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 1 & b + 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 29 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4c - 6b & 2a \\ 4a + 2 & 2b + 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 29 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a + 4c - 6b & 2a + 4 \\ 4a + 2b + 2 & 2b + 3c + 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 29 \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan kedua matriks diperoleh persamaan-persamaan sebagai berikut.

$$2a + 4 = 8 \Leftrightarrow 2a = 4, a = 2$$

$$4a + 2b + 2 = 16$$

$$4(2) + 2b + 2 = 16$$

$$8 + 2b + 2 = 16$$

$$2b + 10 = 16 \Leftrightarrow 2b = 6, b = 3$$

2. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ matriks.

Determinan dari matriks AB adalah

....

- A. -10 D. 2
B. -6 E. 10
C. -2

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: A

Matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, maka

$$\text{Det}(A) = (2 \times 3) - (4 \times 1) = 6 - 4 = 2$$

Matriks $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, maka

$$\text{Det}(B) = (-1 \times 5) - (0 \times 2) = -5 - 0 = -5$$

$$\text{Det}(AB) = \text{Det}(A) \times \text{Det}(B) \\ = 2 \times (-5) = -10$$

Jadi, determinan AB adalah -10.

3. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \text{ dan } C = BA.$$

Jika C^{-1} adalah matriks invers dari matriks C, maka hasil $20C^{-1}$ adalah

....

- A. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: D

$$C = B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-4) & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \\ 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-4) & 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 6+4 & 2-2 \\ 6-4 & 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Menentukan invers C

$$20C^{-1} = 20 \cdot \frac{1}{40} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } 20C^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Diketahui $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 22 & -26 \end{pmatrix}$.

Jika P adalah matriks berordo 2, matriks P adalah

- A. $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 22 & -26 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 22 & -26 \end{pmatrix}$$

$$P = \frac{1}{2 \times 3 - 7 \times 1} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 22 & -26 \end{pmatrix}$$

$$P = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix}.$$

A^t adalah transpose matriks A dan $AX = B + A^t$, maka determinan matriks X adalah

- A. -5 D. -1
B. -4 E. 2
C. -2

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: D

$$B + A^t = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det } A = (3 \times 5) - (2 \times 0) = 15$$

$$\begin{aligned} \text{Det } (B + A^t) &= (0 \times 5) - ((-1) \times (-15)) \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$AX = B + A^t$$

$$\text{Ingat : Det } (AB) = \text{Det } A \text{ Det } B$$

$$\text{Det } A \text{ Det } X = \text{Det } (B + A^t)$$

$$15 \times \text{Det } X = -15$$

$$\text{Det } X = -1$$

Jadi, nilai determinan X adalah -1 .

BAB
3

BARISAN DAN DERET

A. Barisan dan Deret Aritmetika

Barisan bilangan adalah sekelompok bilangan yang membentuk pola tertentu. Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang mempunyai beda setiap bilangan berurutan selalu sama. Barisan bilangan aritmetika dituliskan:

$$\begin{array}{ccccccc} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & \dots & U_n \\ a & a+b & a+2b & a+3b & & a+(n-1)b \end{array}$$

Rumus suku ke-n (U_n) **barisan aritmetika**:

$$U_n = a + (n-1)b$$

a = suku pertama, b = beda/selisih
 n = banyak suku

Rumus jumlah n suku pertama (S_n) **deret aritmetika**:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$$

$$a \quad a+b \quad a+2b \quad a+3b \quad a+(n-1)b$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

atau

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Rumus suku ke-n jika diketahui rumus deretnya sebagai berikut.

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

B. Barisan dan Deret Geometri

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang mempunyai pola, setiap barisan bilangan memiliki rasio/perbandingan yang sama. Barisan bilangan aritmetika dituliskan:

$$\begin{array}{ccccccc} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & \dots & U_n \\ a & ar & ar^2 & ar^3 & & ar^{n-1} \end{array}$$

Rumus suku ke-n (U_n) **barisan geometri**:

$$U_n = ar^{n-1}$$

a = suku pertama

$$r = \text{rasio} = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Rumus jumlah n suku pertama (S_n) **deret geometri**:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$$

$$a \quad ar \quad ar^2 \quad ar^3 \quad ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, r < 1$$

Rumus suku ke-n jika diketahui rumus deretnya (S_n) sebagai berikut.

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

C. Deret Geometri Takhingga

Jika suatu deret geometri mempunyai suku awal a dan rasio r , dengan $-1 < r < 1$, maka jumlah deret geometri takhingga dirumuskan dengan:

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

Soal Bahas Barisan & Deret

- Diketahui suku ke-5 dan suku ke-13 suatu barisan aritmetika berturut-turut adalah 14 dan -18 . Suku ke-9 barisan tersebut adalah
A. -6 D. 2
B. -4 E. 6
C. -2

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: C

Barisan aritmetika: $U_n = a + (n - 1)b$

$$U_5 = 14 \Rightarrow a + 4b = 14 \quad (1)$$

$$U_{13} = -18 \Rightarrow a + 12b = -18 \quad (2)$$

$$-8b = 32$$

$$b = -4$$

Substitusikan $b = -4$ ke persamaan (1).

$$a + 4(-4) = 14$$

$$a - 16 = 14, a = 30$$

$$U_9 = a + 8b = 30 + 8(-4) = 30 - 32 = -2$$

Jadi, suku ke-9 adalah -2

- Tempat duduk gedung pertunjukan film diatur mulai dari baris depan ke belakang dengan banyak baris dibelakang lebih empat kursi dari baris di depannya. Jika dalam gedung terdapat 15 baris dan baris terdepan ada 20 kursi, kapasitas gedung tersebut adalah

- 1.200 kursi
- 800 kursi
- 720 kursi
- 600 kursi
- 300 kursi

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: C

Permasalahan deret aritmetika dengan beda $b = 4$, $a = 20$, dan banyak barisan kursi $n = 15$.

Jumlah seluruh kursi

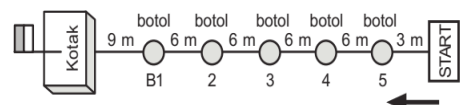
$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2 \cdot 20 + (15 - 1)4)$$

$$= \frac{15}{2} (40 + 56) = \frac{15}{2} \cdot 96 = 720$$

Jadi, jumlah kursi yang ada di gedung tersebut adalah 720.

- Perhatikan gambar berikut!



Dalam kotak tersedia lima bendera yang harus dipindahkan ke dalam botol satu persatu (tidak boleh sekaligus). Peserta lomba mulai bergerak dari posisi start untuk mengambil bendera dalam kotak. Setelah semua botol terisi bendera,

peserta lomba harus kembali ke posisi start. Berapa meter jarak tempuh yang dilalui peserta lomba?

- A. 72 meter D. 204 meter
B. 144 meter E. 216 meter
C. 198 meter

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

Jarak antara start ke kotak bendera = 36 meter.

Jarak tempuh meletakkan bendera ke botol 1 kemudian kembali lagi ke kotak = $2 \times 9 = 18$ meter.

Jarak tempuh meletakkan bendera ke botol 2 kemudian kembali lagi ke kotak = $2 \times 15 = 30$ meter.

Jarak tempuh meletakkan bendera ke botol 3 kemudian kembali lagi ke kotak = $2 \times 21 = 42$ meter.

Jarak tempuh meletakkan bendera ke botol 4 kemudian kembali lagi ke kotak = $2 \times 27 = 54$ meter.

Jarak tempuh meletakkan bendera ke botol 5 tanpa kembali lagi ke kotak = 33 meter.

Jarak tempuh dari botol 5 posisi start 3 meter.

Total jarak tempuh = $36 + 18 + 30 + 42 + 54 + 33 + 3 = 216$ meter.

4. Seutas tali dipotong menjadi 6 bagian sehingga potongan-potongan tali tersebut membentuk barisan geometri. Jika panjang tali terpendek 5 cm dan potongan tali terpanjang 160 cm, panjang tali sebelum dipotong adalah
- A. 165 cm D. 315 cm
B. 245 cm E. 320 cm
C. 285 cm

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: E

Panjang potongan tali membentuk barisan geometri dengan $a = U_1 = 5$ cm dan $U_6 = 160$ cm.

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_6 = ar^5$$

$$160 = 5 \cdot r^5$$

$$r^5 = 32$$

$$r = 2 \text{ atau } r = -2$$

Oleh karena panjang tali bernilai positif maka dipilih $r = 2$.

Panjang tali semula:

$$S_6 = \frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{5(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{5(63)}{1} = 315$$

Jadi, panjang tali sebelum dipotong adalah 315 cm.

5. Salah satu kebiasaan baik yang dilakukan siswa adalah menyisihkan uang jajannya untuk dikumpulkan dan digunakan untuk membeli barang kebutuhannya. Citra dan Syifa menabung agar dalam waktu yang bersamaan dapat membeli sepatu baru. Harga sepatu Citra adalah dua kali harga sepatu Syifa. Pada saat ini Citra mempunyai uang simpanan Rp40.000,00 dan akan menabung setiap hari Rp3.500,00, sedangkan Syifa saat ini mempunyai simpanan Rp10.000 dan akan menabung setiap hari Rp2.000,00. Harga sepatu yang akan dibeli Syifa adalah
- A. Rp80.000,00 D. Rp140.000,00
B. Rp90.000,00 E. Rp180.000,00
C. Rp120.000,00

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: B

Besar uang tabungan Citra setelah n hari (= harga sepatu Citra)

$$S_c = 40.000 + 3.500n$$

Besar uang tabungan Syifa setelah n hari (= harga sepatu Syifa)

$$S_s = 10.000 + 2.000n$$

Harga sepatu Citra adalah dua kali harga sepatu Syifa.

$$S_c = 2 S_s$$

$$40.000 + 3.500n = 2(10.000 + 2.000n)$$

$$40.000 + 3.500n = 20.000 + 4.000n$$

$$3.500n - 4.000n = 20.000 - 40.000$$

$$-500n = -20.000$$

$$n = 40$$

$$\begin{aligned}\text{Harga sepatu Syifa} &= 10.000 + 2.000n \\ &= 10.000 + 2.000(40) \\ &= 10.000 + 80.000 \\ &= 90.000\end{aligned}$$

Jadi, harga sepatu Syifa adalah
Rp90.000,00.



LIMIT FUNGSI ALJABAR

Diketahui suatu fungsi $f(x)$ dan nilai $x = a$. Nilai limit di $x = a$ diartikan sebagai suatu nilai $f(x)$ untuk nilai x mendekati a , dituliskan $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

A. Menentukan Nilai Limit Fungsi

1. Jika $f(a)$ terdefinisi, nilai $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.
2. Jika $f(a) = \frac{0}{0}$ (tak tentu) dengan $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, menentukan nilai limitnya dengan cara berikut.
 - a. Memfaktorkan pembilang ($g(x)$) dan penyebut ($h(x)$) dengan faktor $(x - a)$ sehingga fungsi $f(x)$ dapat disederhanakan menjadi fungsi baru.
 - b. Mengalikan pembilang dan penyebut dengan sekawannya apabila fungsi tersebut terdapat bentuk akar, kemudian disederhanakan.
 - c. Menentukan turunan pembilang dan penyebut sehingga diperoleh nilai tertentu (tidak $\frac{0}{0}$). Jika $g(x)$ dan $h(x)$ mempunyai turunan $g'(x)$ dan $h'(x)$, maka

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g'(x)}{h'(x)} = \frac{g'(a)}{h'(a)}.$$

B. Nilai Limit Tak Hingga

Nilai dasar nilai limit fungsi di tak hingga sebagai berikut:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = \infty$ dengan n bilangan bulat positif.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n bilangan bulat positif.
3. Jika diketahui $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + b_{m-2} x^{m-2} + \dots + b_0}$, ada tiga kemungkinan nilai limit.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \begin{cases} \infty & \text{jika } n > m \\ \frac{a_n}{b_m} & \text{jika } n = m \\ 0 & \text{jika } n < m \end{cases}$$

4. Jika $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)})$ dengan substitusi langsung memperoleh hasil $\infty - \infty$ (tak tentu), kalikan bentuk $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ dengan $\frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}{\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}}$ sehingga dapat disederhanakan dan dapat diperoleh hasil yang tentu.

C. Sifat-Sifat Limit Fungsi

Misalkan diketahui n bilangan asli, k konstanta, f dan g fungsi-fungsi yang mempunyai limit di a , maka berlaku sifat-sifat berikut.

- $\lim_{x \rightarrow a} k = k$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k \implies \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, dengan syarat $g(x) \neq 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n$
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$, dengan syarat $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$ untuk n bilangan genap.

Soal Bahas Limit Fungsi Aljabar

1. Nilai $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 9x - 2}{x + 2} = \dots$

- A. -11 D. 9
B. -1 E. 11
C. 0

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman
Jawaban: A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 9x - 2}{x + 2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(5x - 1)}{x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} 5x - 1 \\ &= 5(-2) - 1 \\ &= -10 - 1 \\ &= -11 \end{aligned}$$

2. Nilai $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \dots$

- A. 16 D. -4
B. 12 E. -8
C. 8

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: C

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 4)}{x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} x + 4 = 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

3. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}) = \dots$$

- A. -6 D. 4
B. -4 E. 6
C. 1

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}) \times \frac{\sqrt{4x^2 - 8x + 6} + \sqrt{4x^2 + 16x - 3}}{\sqrt{4x^2 - 8x + 6} + \sqrt{4x^2 + 16x - 3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x^2 - 8x + 6) - (4x^2 + 16x - 3)}{\sqrt{4x^2 - 8x + 6} + \sqrt{4x^2 + 16x - 3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-24x + 9}{\sqrt{4x^2 - 8x + 6} + \sqrt{4x^2 + 16x - 3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-24 + \frac{9}{x}}{\sqrt{4 - \frac{8}{x} + \frac{6}{x^2}} + \sqrt{4 + \frac{16}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{-24 + 0}{\sqrt{4 - 0 + 0} + \sqrt{4 + 0 - 0}} = \frac{-24}{2 + 2} = -6 \end{aligned}$$

Cara kedua: (Rumus Cepat)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}) &= \frac{b - p}{2\sqrt{a}} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}) &= \frac{-8 - 16}{2\sqrt{4}} \\ &= \frac{-24}{4} = -6 \end{aligned}$$

4. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} ((x+4) - \sqrt{x^2 - 2x + 5}) =$

....

- A. -5
B. -2
C. 2
D. 5
E. 10

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: D

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} ((x+4) - \sqrt{x^2 - 2x + 5}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} ((x+4) - \sqrt{x^2 - 2x + 5}) \cdot \frac{(x+4) + \sqrt{x^2 - 2x + 5}}{(x+4) + \sqrt{x^2 - 2x + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+4)^2 - (x^2 - 2x + 5)}{(x+4) + \sqrt{x^2 - 2x + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 8x + 16) - (x^2 - 2x + 5)}{(x+4) + \sqrt{x^2 - 2x + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 11}{x + 4 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10 - \frac{11}{x}}{1 + \frac{4}{x} + \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}} \\ &= \frac{10}{1 + \sqrt{1}} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

5. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{x-7} = \dots$

- A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{1}{5}$
C. $-\frac{1}{4}$
D. $-\frac{2}{7}$
E. $-\frac{5}{7}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{x-7} &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{x-7} \times \frac{\sqrt{x-3}+2}{\sqrt{x-3}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-3)-4}{(x-7)(\sqrt{x-3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{(x-7)(\sqrt{x-3}+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{\sqrt{x-3}+2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{7-3}+2} \\ &= \frac{1}{2+2} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

BAB
10

TURUNAN FUNGSI ALJABAR

Turunan fungsi $y = f(x)$ didefinisikan $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ dengan syarat nilai limit ini ada. Penulisan turunan fungsi antara lain $f'(x)$, y' atau $\frac{dy}{dx}$.

A. Turunan Fungsi Aljabar

Rumus dasar turunan fungsi bentuk aljabar untuk $y = f(x)$

1. $y = c$, maka $y' = f'(x) = 0$.
2. $y = x^n \rightarrow y' = f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
3. $y = ax^n \rightarrow y' = f'(x) = an \cdot x^{n-1}$
4. $y = u^n$, dengan u adalah fungsi dari x ($u(x)$) $\rightarrow y' = u^{n-1} \cdot u'(x)$

B. Turunan Fungsi Trigonometri

$$f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \sec^2 x$$

$$f(x) = \cotan x \rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$f(x) = \sec x \rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$$

$$f(x) = \operatorname{cosec} x \rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cotan x$$

C. Sifat-Sifat Turunan Fungsi

Jika diketahui suatu $u = u(x)$ dan $v = v(x)$ serta masing-masing mempunyai turunan u' dan v' , maka berlaku:

$$1. f(x) = u + v \Rightarrow f'(x) = u' + v'$$

$$2. f(x) = u - v \Rightarrow f'(x) = u' - v'$$

$$3. f(x) = ku \Rightarrow f'(x) = ku'$$

$$4. f(x) = uv \Rightarrow f'(x) = u'v + uv'$$

$$5. f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$6. f(x) = f(u) \Rightarrow f'(x) = f'(u) \cdot u'$$

D. Penggunaan Turunan Fungsi Pada Suatu Kurva

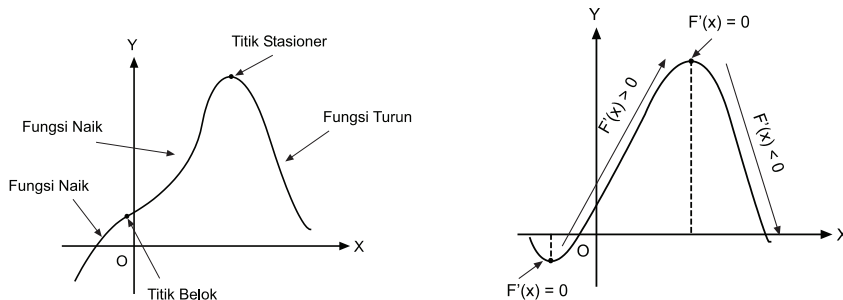
1. Menentukan Persamaan Garis Singgung

Gradien garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $P(a, b)$ adalah $m = f'(a)$.

Persamaan garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik (a, b) adalah $y - b = f'(a)(x - a)$.

2. Fungsi Naik, Fungsi Turun, Titik Stasioner, dan Titik Belok

Jika diketahui fungsi $y = f(x)$, kedudukan kurva naik, turun, atau stasioner digambarkan sebagai berikut.



- Fungsi $y = f(x)$ naik pada saat $f'(x) > 0$.
- Fungsi $y = f(x)$ turun pada saat $f'(x) < 0$.
- Fungsi $y = f(x)$ stasioner (tidak naik dan tidak turun) pada saat $f'(x) = 0$.
- Fungsi $y = f(x)$ dapat ditentukan titik belok dengan cara menentukan nilai x sedemikian hingga $f''(x) = 0$. ($f''(x)$ adalah turunan kedua dari $f(x)$).

Soal Bahas Turunan Fungsi Aljabar

- Turunan pertama dari $f(x) = (3x^2 + 1)^3$ adalah
 - $f'(x) = 18x(3x^2 + 1)^2$
 - $f'(x) = 18x(3x^2 + 1)^3$
 - $f'(x) = 3x(3x^2 + 1)^2$
 - $f'(x) = 3x(3x^2 + 1)^3$
 - $f'(x) = 6x(3x^2 + 1)^2$
- Grafik fungsi $f(x) = x^3 - 12x$ naik pada interval
 - $x > 2$
 - $-2 < x < 2$
 - $x < -2$ atau $x > 2$
 - $x < -4$ atau $x > 4$
 - $x < -12$ atau $x > 12$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman
Jawaban: A

$$f(x) = (3x^2 + 1)^3$$

Misalkan $u = 3x^2 + 1$, sehingga

$$\frac{du}{dx} = 6x$$

$$y = u^3, \text{ sehingga } \frac{dy}{du} = 3u^2$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = 3u^2 \cdot 6x \\ &= 3(3x^2 + 1)^2 \cdot 6x = 18x(3x^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama dari $f(x) = (3x^2 + 1)^3$ adalah $f'(x) = 18x(3x^2 + 1)^2$.

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: C

$$f(x) = x^3 - 12x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Syarat fungsi naik adalah $f'(x) > 0$.

$$3x^2 - 12 > 0$$

$$3(x^2 - 4) > 0$$

$$3(x + 2)(x - 2) > 0$$

$$(x + 2)(x - 2) > 0$$

Pembuat nol adalah $x = -2$ dan $x = 2$

$$x < -2 \text{ atau } x > 2$$

Jadi, fungsi $f(x) = x^3 - 12x$ naik pada interval $x < -2$ atau $x > 2$.

3. Perusahaan konveksi memproduksi n potong pakaian kemeja dengan biaya total dapat dihitung menggunakan

$$\text{rumus } B(n) = 1.000 + 8.000n + \frac{1}{3}n^2$$

rupiah. Pakaian dijual dengan harga Rp60.000,00 per potong. Agar perusahaan tersebut memperoleh keuntungan maksimum, pakaian kemeja harus diproduksi sebanyak

- A. 12.000 potong D. 78.000 potong
B. 17.000 potong E. 104.000 potong
C. 26.000 potong

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: D

Harga jual $\times$ potong pakaian kemeja adalah 60.000n

Keuntungan =

harga jual – biaya total produksi

$$K(n) = 60.000n - (1.000 + 8.000n + \frac{1}{3}n^2)$$

$$= -\frac{1}{3}n^2 + 52.000n - 1.000$$

Agar diperoleh keuntungan maksimum, maka $K'(n) = 0$.

$$K'(n) = 0.$$

$$-\frac{2}{3}n + 52.000 = 0$$

$$-\frac{2}{3}n = -52.000, n = 78.000$$

Jadi, agar perusahaan tersebut memperoleh keuntungan maksimum, pakaian kemeja harus diproduksi sebanyak 78.000 potong.

4. Turunan pertama dari fungsi f yang dinyatakan dengan $f(x) = \sqrt{2x^2 + 6}$ adalah f' , maka $f'(x) = \dots$

A. $2x\sqrt{2x^2 + 6}$

B. $2x(2x^2 + 6)\sqrt{2x^2 + 6}$

C. $\frac{2}{\sqrt{2x^2 + 6}}$

D. $\frac{2x}{(2x^2 + 6)\sqrt{2x^2 + 6}}$

E. $\frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 6}}$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: E

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 6}$$

$$= (2x^2 + 6)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x^2 + 6)^{-\frac{1}{2}} 4x$$

$$= \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 6}}$$

5. Sebuah pabrik sepatu memproduksi x pasang sepatu setiap jam dengan

biaya produksi $x\left(2x - 40 + \frac{500}{x}\right)$ ribu

rupiah setiap pasang. Biaya produksi minimum per jam yang dapat dilakukan pabrik tersebut sebesar

- A. Rp200.000,00 D. Rp400.000,00
B. Rp250.000,00 E. Rp450.000,00
C. Rp300.000,00

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Biaya produksi x pasang sepatu (dalam ribu rupiah):

$$B(x) = x\left(2x - 40 + \frac{500}{x}\right)$$

$$= 2x^2 - 40x + 500$$

Biaya produksi minimum jika $B'(x) = 0$

$$B'(x) = 4x - 40$$

$$0 = 4x - 40$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

Biaya produksi minimum untuk $x = 10$

$$B(10) = (2 \cdot 10^2) - (40 \cdot 10) + 500$$

$$= 200 - 400 + 500$$

$$= 300$$

Jadi, biaya produksi total minimum adalah Rp300.000,00.

BAB
11

INTEGRAL FUNGSI ALJABAR

A. Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar

Jika diketahui $F'(x) = f(x)$ maka: $\int f(x) dx = F(x) + C$

$\int$ = lambang integral yang menyatakan operasi antidiferensial

$f(x)$ = fungsi integral, yaitu fungsi yang dicari antiturunannya

C = konstanta

1. Rumus-Rumus Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar

- a. $\int k dx = kx + C$, dengan k adalah konstanta c. $\int kx^n dx = \frac{k}{n+1}x^{n+1} + C$
- b. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$

2. Sifat-Sifat Dalam Pengintegralan

- a. $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$ d. $\int u^n du = \frac{1}{n+1}u^{n+1} + C$, u adalah fungsi dalam x ($u(x)$)
- b. $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- c. $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ e. $\int u dv = uv - \int v du$

B. Integral Tentu dan Sifat-Sifatnya

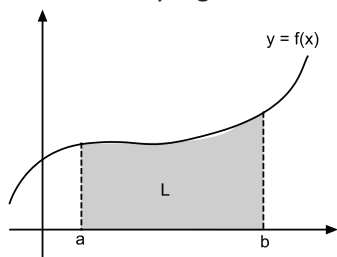
Jika diketahui $\int f(x) dx = F(x) + C$, maka integral tentu dapat didefinisikan: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Sifat-sifat Integral Tentu:

- $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$
- $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
- $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$
- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$

B. Penerapan Integral Pada Luas Daerah

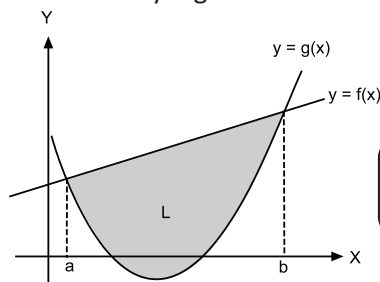
Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, Sumbu X, dan pada interval $a \leq x \leq b$.



$$L = \int_a^b f(x) dx \text{ (untuk kurva di atas sumbu X)}$$

$$L = -\int_a^b f(x) dx \text{ (untuk kurva di bawah sumbu X)}$$

Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$ dan $g(x)$ dan pada interval $a \leq x \leq b$.



$$L = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Soal Bahas Integral Fungsi Aljabar

1. Hasil dari $\int (3x^2 + 5x - 6) dx$ adalah

- A. $\frac{3}{2}x^2 + 5x + C$
- B. $x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 6x + C$
- C. $x^3 + 5x + C$
- D. $x^3 + 5x^2 - 6x + C$
- E. $3x^2 + 5x - 6 + C$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: B

$$\begin{aligned} \int (3x^2 + 5x - 6) dx &= 3 \cdot \frac{1}{2+1} x^{2+1} + 5 \cdot \frac{1}{1+1} x^{1+1} - 6x + C \\ &= 3 \cdot \frac{1}{3} x^3 + 5 \cdot \frac{1}{2} x^2 - 6x + C \\ &= x^3 + \frac{5}{2} x^2 - 6x + C \end{aligned}$$

2. Nilai dari $\int_{-3}^2 (3x^2 + 6x - 8) dx = \dots$

- A. -60
- B. -20
- C. 8
- D. 10
- E. 18

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: B

$$\begin{aligned} \int_{-3}^2 (3x^2 + 6x - 8) dx &= \left[x^3 + 3x^2 - 8x \right]_{-3}^2 \\ &= (2^3 + 3 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2) - ((-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3)) \\ &= (8 + 12 - 16) - (-27 + 27 + 24) \\ &= 4 - 24 \\ &= -20 \end{aligned}$$

3. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = -x^2 - 2x$, $y = x^2 + 6x$, garis $x = 1$ dan $x = 3$ adalah

- A. $50\frac{2}{3}$ satuan luas
 B. $49\frac{1}{3}$ satuan luas
 C. $48\frac{2}{3}$ satuan luas
 D. $47\frac{1}{3}$ satuan luas
 E. $46\frac{2}{3}$ satuan luas

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: B

Menentukan titik potong kedua kurva.

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ -x^2 - 2x &= x^2 + 6x \\ 2x^2 + 8x &= 0 \\ x^2 + 4x &= 0 \\ x(x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

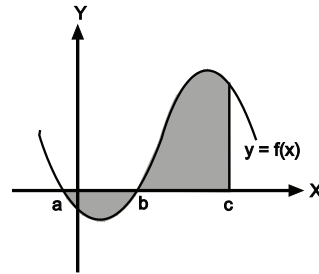
$x = 0$ atau $x = -4$ (nilai ini tidak pada interval $x = 1$ dan $x = 3$)

Luas daerah

$$\begin{aligned} L &= \int_1^3 (y_2 - y_1) dx \\ &= \int_1^3 ((x^2 + 6x) - (-x^2 - 2x)) dx \\ &= \int_1^3 (2x^2 + 8x) dx = \left[\frac{2}{3}x^3 + 4x^2 \right]_1^3 \\ &= \left(\frac{2}{3} \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^2 \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 \right) \\ &= (18 + 36) - \left(\frac{2}{3} + 4 \right) = 54 - 4\frac{2}{3} = 49\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jadi, luas daerahnya adalah $49\frac{1}{3}$ satuan luas.

4. Perhatikan gambar berikut!



Luas daerah yang diarsir dirumuskan

- A. $L = \int_a^c f(x) dx$
 B. $L = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$
 C. $L = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$
 D. $L = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$
 E. $L = \int_b^c f(x) dx - \int_a^b f(x) dx$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: E

Daerah yang diarsir terdiri atas dua interval, yaitu interval daerah di bawah kurva dan interval daerah di atas kurva.

Daerah di bawah sumbu X dan dibatasi kurva $y = f(x)$ pada interval $a \leq x \leq b$ sehingga luas daerah

dirumuskan dengan $L_1 = -\int_a^b f(x) dx$

Daerah di atas sumbu X dan dibatasi kurva $y = f(x)$ pada interval $b \leq x \leq c$ sehingga luas daerah dirumuskan

dengan $L_2 = \int_b^c f(x) dx$

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 \\ &= -\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx \\ &= \int_b^c f(x) dx - \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

5. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2$ dan garis $y = x + 4$ adalah ... satuan luas.

- A. $20\frac{5}{6}$ D. $26\frac{1}{6}$
 B. $24\frac{2}{3}$ E. $30\frac{2}{3}$
 C. $25\frac{1}{6}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: A

Titik potong kurva $y = x^2 - 2$ dan $y = x + 4$.

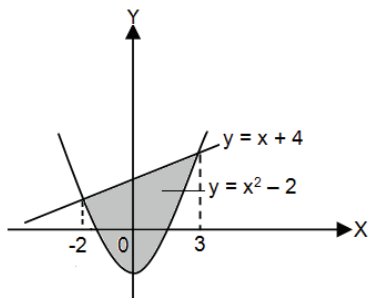
$$x^2 - 2 = x + 4$$

$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -2$$



$$\begin{aligned} L &= \int_{-2}^3 (x + 4) - (x^2 - 2) \, dx \\ &= \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) \, dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x \right]_{-2}^3 \\ &= \left(-\frac{1}{3} \cdot 27 + \frac{1}{2} \cdot 9 + 6 \cdot 3 \right) - \left(-\frac{1}{3} \cdot (-8) + \frac{1}{2} \cdot 4 + 6 \cdot (-2) \right) \\ &= -9 + \frac{9}{2} + 18 - \frac{8}{3} - 2 + 12 \\ &= \frac{27 - 16}{6} + 19 \\ &= \frac{11}{6} + 19 \\ &= 1\frac{5}{6} + 19 \\ &= 20\frac{5}{6} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

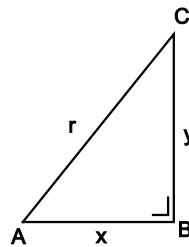
BAB
12

TRIGONOMETRI

A. Perbandingan Trigonometri

Perbandingan trigonometri pada segitiga ABC yang memiliki sudut siku-siku di B.

$$\begin{aligned}\sin A &= \frac{y}{r} & \cotan A &= \frac{1}{\tan A} = \frac{x}{y} \\ \cos A &= \frac{x}{r} & \sec A &= \frac{1}{\cos A} = \frac{r}{x} \\ \tan A &= \frac{y}{x} & \operatorname{cosec} A &= \frac{1}{\sin A} = \frac{r}{y}\end{aligned}$$



B. Nilai Trigonometri Pada Sudut Istimewa

Besar sudut istimewa dan nilai trigonometrinya sebagai berikut.

	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Sin α	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
Cos α	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Tan α	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

C. Relasi Sudut Di Setiap Kuadran

Hubungan nilai perbandingan trigonometri sudut di berbagai kuadran.

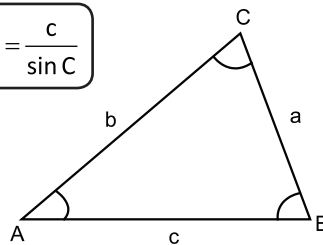
1. Relasi di kuadran I $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (90^\circ - \alpha) = \cotan \alpha$	3. Relasi di kuadran III $\sin (180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$
2. Relasi di kuadran II $\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	4. Relasi di kuadran IV $\sin (360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\tan (360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$

D. Aturan Sinus Dan Kosinus

Diketahui segitiga sembarang ABC seperti pada gambar di bawah ini, maka berlaku:

1. Aturan Sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



2. Aturan Kosinus

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\end{aligned}$$

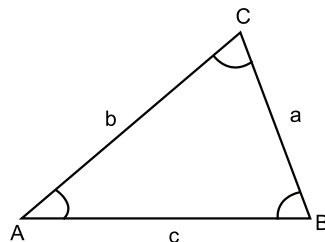
E. Luas Segitiga

Diketahui segitiga sembarang ABC seperti di bawah ini. Luas segitiga ABC dapat dirumuskan:

$$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \times \sin A$$

$$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \times \sin C$$

$$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \times \sin B$$



F. Persamaan Trigonometri

Bentuk-bentuk dasar persamaan trigonometri dan penyelesaiannya. Jika diketahui x dan α adalah suatu sudut pada trigonometri dan k adalah bilangan bulat, maka berlaku persamaan berikut.

1. $\sin x = \sin \alpha$
Penyelesaiannya: $x = \alpha + k \cdot 360^\circ$ atau $x = (180^\circ - \alpha) + k \cdot 360^\circ$
2. $\cos x = \cos \alpha$
Penyelesaiannya: $x = \pm \alpha + k \cdot 360^\circ$
3. $\tan x = \tan \alpha$
Penyelesaiannya: $x = \alpha + k \cdot 180^\circ$

G. Grafik Fungsi Trigonometri

Bentuk umum fungsi-fungsi trigonometri

1. Fungsi $y = a \sin (kx + c)$,
Memiliki amplitudo = $|a|$, periode = $\frac{2\pi}{k}$, nilai maksimum = a , dan nilai minimum = $-a$
2. Fungsi $y = a \cos (kx + c)$
Memiliki amplitudo = $|a|$, periode = $\frac{2\pi}{k}$, nilai maksimum = a , dan nilai minimum = $-a$
3. Fungsi $y = a \tan (kx + c)$
Memiliki amplitudo = $|a|$, periode = $\frac{\pi}{k}$, nilai maksimum = ∞ , dan nilai minimum = $-\infty$

Soal Bahas Trigonometri

1. Diketahui segitiga KLM siku-siku di M.

Jika $\tan L = \frac{1}{3}\sqrt{3}$, nilai $\sin K$ adalah

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$
B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ E. $\sqrt{3}$
C. $\frac{1}{2}$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: B

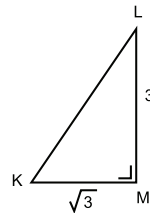
$$\tan L = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ berarti } \frac{KM}{LM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Menentukan panjang KL:

$$KL^2 = KM^2 + LM^2 \\ = (\sqrt{3})^2 + 3^2 = 3 + 9 = 12$$

$$KL = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \sin K &= \frac{LM}{KL} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{aligned}$$



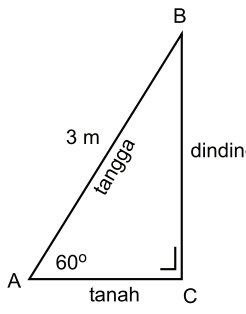
2. Amad menyandarkan tangga ke dinding rumahnya untuk mengganti genteng yang bocor. Panjang tangga 3 meter dan kemiringan tangga dengan tanah membentuk sudut 60° . Jarak pangkal tangga dengan dinding adalah

- A. 6 meter D. $\sqrt{3}$ meter
B. $3\sqrt{3}$ meter E. $1\frac{1}{2}$ meter
C. $3\sqrt{2}$ meter

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: E

Perhatikan sketsa antara tangga, dinding, dan lantai! Jarak antara kaki tangga dengan dinding adalah AC. Menentukan panjang AC:

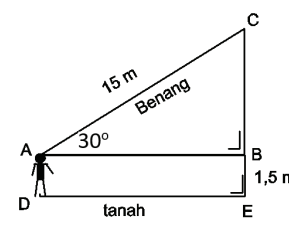
$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{AC}{AB} \\ \cos 60^\circ &= \frac{AC}{AB} \\ \frac{1}{2} &= \frac{AC}{3} \\ AC &= \frac{3}{2} \\ AC &= 1\frac{1}{2}\end{aligned}$$


Jadi, jarak antara pangkal tangga dengan dinding adalah $1\frac{1}{2}$ meter.

3. Seorang anak bermain layang-layang. Panjang benang yang digunakan 15 meter dan tinggi anak 1,5 meter. Jika sudut yang terbentuk antara benang dan garis horisontal 30° , ketinggian layang-layang dari permukaan tanah adalah
- A. 10,0 meter D. 8,5 meter
B. 9,5 meter E. 8,0 meter
C. 9,0 meter

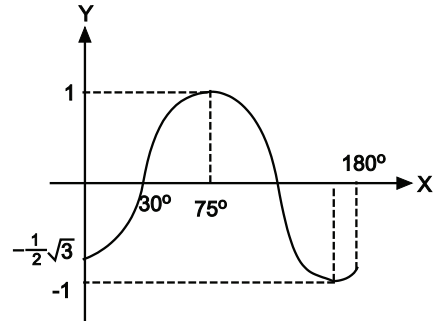
Tipe Soal Penalaran & Logika
Jawaban: C

Perhatikan sketsa antara anak, benang, layang-layang, dan tanah! C = layang-layang
EC = ketinggian layang-layang dari permukaan tanah
Menentukan panjang BC:

$$\begin{aligned}\sin A &= \frac{BC}{AC} \\ \sin 30^\circ &= \frac{BC}{AC} \\ \frac{1}{2} &= \frac{BC}{15} \\ BC &= \frac{15}{2} \\ BC &= 7,5\end{aligned}$$


Menentukan panjang EC
 $EC = EB + BC = 1,5 \text{ m} + 7,5 = 9,0 \text{ m}$
Jadi, ketinggian layang-layang dari permukaan tanah adalah 9,0 meter.

4. Perhatikan grafik berikut!



Persamaan grafik fungsi adalah

- A. $y = -\cos (2x - 30^\circ)$
B. $y = -\sin (2x - 30^\circ)$
C. $y = -\cos (2x + 30^\circ)$
D. $y = \cos (2x - 30^\circ)$
E. $y = \sin (2x + 30^\circ)$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: C

Pada saat $x = 0^\circ$ nilai $y = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Pada saat $x = 75^\circ$ nilai $y = 1$

Periode grafik adalah π .

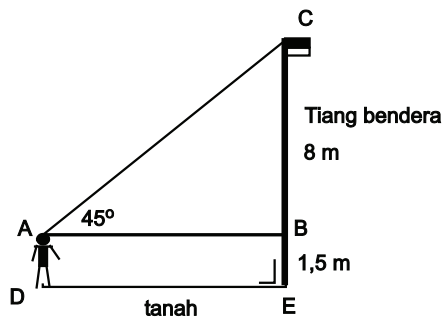
Secara umum bentuk grafik adalah $y = k \cos (2x + a)$ atau $y = k \sin (2x + a)$

Dengan melihat nilai x dan y , maka persamaan grafik adalah $y = -\cos (2x + 30^\circ)$.

5. Seorang siswa sedang mengamati tiang bendera di halaman sekolah. Jika tinggi tiang bendera itu 9,5 meter, sudut elevasi 45° , dan tinggi siswa sampai mata adalah 150 cm, jarak antara siswa ke tiang bendera adalah
- A. 8 meter D. 11 meter
B. $8\sqrt{2}$ meter E. $11\sqrt{2}$ meter
C. $8\sqrt{3}$ meter

Tipe Soal Penalaran & Logika
Jawaban: A

Sketsa antara siswa, jarak siswa ke tiang dan tinggi tiang sebagai berikut.



EB = tinggi siswa

EC = ketinggian tiang

AB = DE = jarak antara siswa dan tiang bendera

BC = EC – EB = 9,5 – 1,5 = 8 meter.

Menentukan panjang AB:

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$1 = \frac{8}{AB}$$

$$AB = 8$$

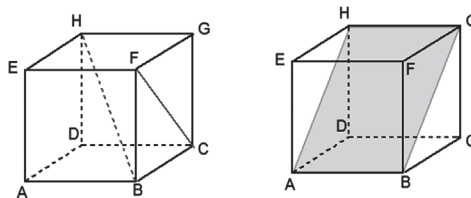
Jadi, jarak antara siswa ke tiang bendera adalah 8 meter.

BAB
13

RUANG DIMENSI TIGA

A. Kedudukan Garis dan Bidang

Beberapa kedudukan antargaris, antarbidang serta garis dan bidang antara lain: sejajar, berpotongan, dan bersilangan. Lebih jelasnya perhatikan gambar berikut!

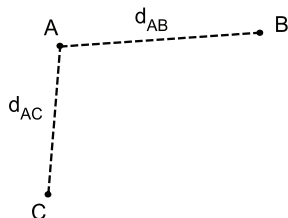


1. Garis AB sejajar dengan garis CD
2. Garis AB berpotongan dengan garis BC
3. Garis BH bersilangan dengan garis EF
4. Garis BC berpotongan dengan bidang ABGH
5. Garis EF sejajar dengan bidang ABCD
6. Bidang ABFE sejajar dengan bidang CDHG
7. Bidang ABCD berpotongan dengan bidang ABGH
8. Bidang CDHG berpotongan dengan bidang EFGH

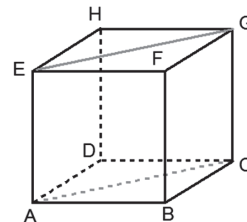
B. Jarak Antargaris, Garis dan Bidang, Dan Antarbidang

Jarak antara dua unsur ruang adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan kedua unsur ruang tersebut.

1. Jarak Antara Dua Titik

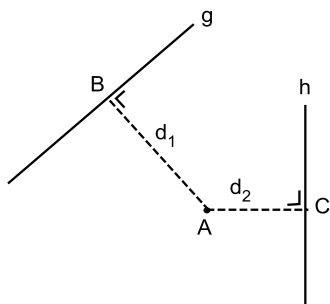


Jarak antara titik A dan B sama dengan panjang ruas garis AB (d_{AB}).
Jarak antara titik A dan C sama dengan panjang ruas garis AC (d_{AC}).

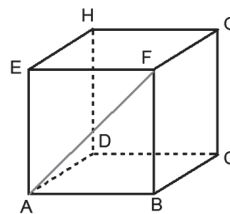


Jarak antara titik A ke C adalah panjang AC.
Jarak antara titik E ke G adalah panjang EG

2. Jarak Antara Titik ke Garis

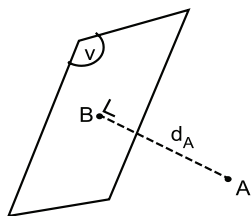


Jarak antara titik A ke garis g adalah panjang ruas garis AB dengan syarat B pada garis g dan AB tegak lurus garis g .
Jarak antara titik A ke garis h adalah panjang ruas garis AC .

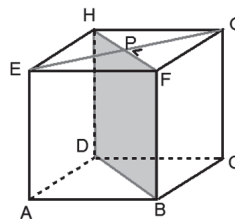


Jarak antara titik A ke garis CD adalah panjang AD .
Jarak antara titik A ke garis AD adalah panjang AF .

3. Jarak Antara Titik ke Bidang

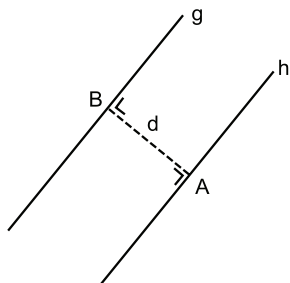


Jarak antara titik A ke bidang V adalah panjang ruas garis AB dengan syarat B pada bidang V dan AB tegak lurus bidang V .

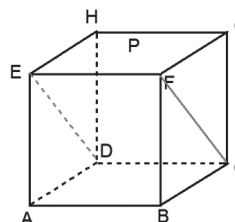


Jarak antara titik A ke bidang $EFGH$ adalah panjang AE .
Jarak antara titik A ke bidang $BDHF$ adalah panjang GP .

4. Jarak Antara Dua Garis

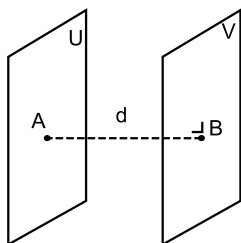


Jarak antara garis g dan h adalah panjang ruas garis AB dengan syarat A pada garis h dan B pada garis g serta AB tegak lurus garis g dan h .

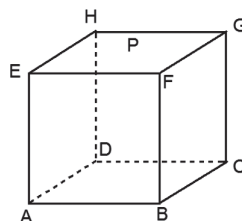


Jarak antara garis AB dan garis CD adalah panjang AD atau BC .
Jarak antara garis CD dan garis EF adalah panjang CF atau DE .

5. Jarak Antara Dua Bidang



Jarak antara bidang U dan V adalah panjang ruas garis AB dengan syarat A pada bidang U dan B pada bidang V serta AB tegak lurus bidang U dan V. Jarak antara bidang U dan V adalah d .

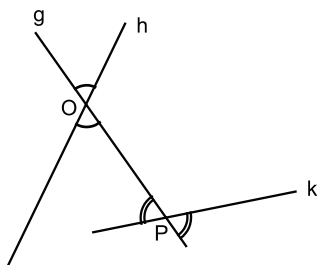


Jarak antara bidang ABCD dan EFGH adalah tinggi AE, BF, CG, atau DH.

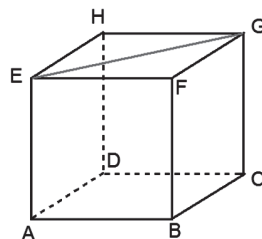
Jarak antara bidang ABFE dan CDGH adalah panjang AD, BC, FG, atau EH.

C. Sudut Antargaris, Garis Dan Bidang, Dan Antarbidang

1. Sudut Antara Dua Garis



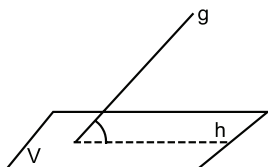
Sudut antara garis g dan h adalah sudut terkecil yang dibentuk oleh garis g dan h . Sudut antara garis g dan k adalah sudut terkecil yang dibentuk oleh garis g dan k .



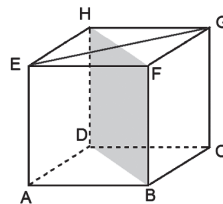
Sudut antara garis AB dan BC adalah sudut ABC.

Sudut antara garis EF dan EG adalah sudut FEG.

2. Sudut Antara Garis dan Bidang



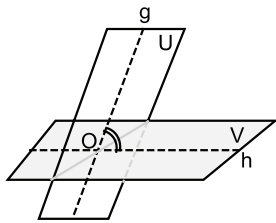
Sudut antara garis g dan bidang V sama dengan sudut antara garis g dengan garis proyeksinya (garis h) pada bidang V.



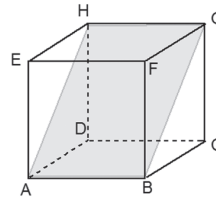
Sudut antara garis AE dan bidang EFG adalah sudut AEG.

Sudut antara garis AD dan bidang BDHF adalah sudut ADB.

3. Sudut Antara Dua Bidang



Sudut antara bidang U dan V yang berpotongan pada garis persekutuan sama dengan sudut antara garis g pada bidang U yang tegak lurus dengan garis persekutuan dengan garis h pada bidang V yang tegak lurus dengan garis persekutuan.

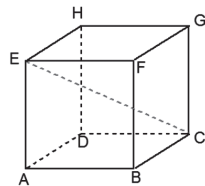


Sudut antara bidang ABGH dan bidang EFGH adalah sudut BGF.

Sudut antara bidang ABGH dan bidang CDHG adalah sudut BGC.

Soal Bahas Ruang Dimensi Tiga

1. Perhatikan gambar kubus di samping! Diketahui pernyataan berikut.



- (1) DC berpotongan dengan bidang BCGF.
- (2) CE berpotongan dengan bidang BFHD.
- (3) DH berpotongan dengan bidang ABFE.

Pernyataan yang benar adalah

- A. (1) saja
- B. (2) saja
- C. (3) saja
- D. (1) dan (2)
- E. (1) dan (3)

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

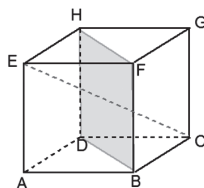
Jawaban: D

Soal tersebut dapat digambarkan seperti di samping.

DC berpotongan dengan bidang BCGF (*benar*)

CE berpotongan dengan bidang BFHD (*benar*)

DH berpotongan dengan bidang ABFE (*salah*)



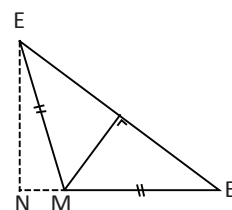
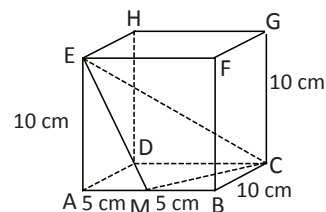
2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Jika titik M di tengah-tengah AB, jarak antara titik E ke CM adalah

- A. $\sqrt{30}$ cm
- B. $5\sqrt{2}$ cm
- C. $5\sqrt{3}$ cm
- D. $2\sqrt{30}$ cm
- E. $5\sqrt{5}$ cm

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: D

Secara geometri dapat digambarkan sebagai berikut.



Jarak titik E ke CM adalah EN.

EC adalah diagonal ruang,

panjang $EC = 10\sqrt{3}$ cm

$EK = KC = 5\sqrt{3}$ cm

$$\begin{aligned} CM = EM &= \sqrt{AM^2 + EA^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{25 + 100} \\ &= \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KM &= \sqrt{CM^2 - KC^2} \\ &= \sqrt{125 - 75} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

Perhatikan segitiga EMC dan luasnya!

Luas segitiga EMC:

$$\frac{1}{2} \cdot CM \cdot EN = \frac{1}{2} \cdot EC \cdot KM$$

$$CM \cdot EN = EC \cdot KM$$

$$5\sqrt{5} \cdot EN = 10\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2}$$

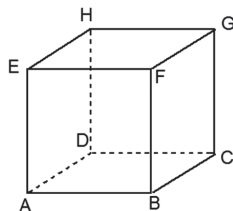
$$EN = \frac{10\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}}{5\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

$$EN = 2\sqrt{30} \text{ cm}$$

Jadi, jarak antara titik E ke CM adalah

$$2\sqrt{30} \text{ cm.}$$

3. Perhatikan gambar kubus ABCD. EFGH di bawah ini!



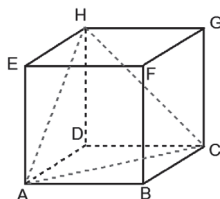
Besar sudut antara garis AH dan AC adalah

- A. 25° D. 50°
B. 30° E. 60°
C. 45°

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

Garis AC dan AH pada kubus tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Perhatikan segitiga ACH! Tampak bahwa AH, AC, dan CH merupakan diagonal sisi kubus, sehingga panjang $AC = AH = CH$. Dengan demikian segitiga ACH merupakan segitiga sama sisi yang memiliki sudut masing-masing sebesar 60° .

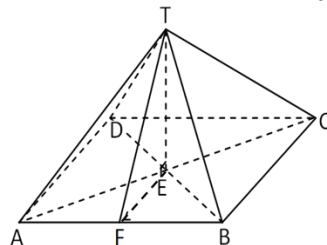
Jadi, besar sudut antara garis AH dan AC adalah 60° .

4. Diketahui limas segi empat beraturan T.ABCD dengan $AB = 6$ cm dan $TA = 5$ cm. Titik E adalah titik potong diagonal alas ABCD. Nilai kosinus sudut yang dibentuk TE dan bidang TAB adalah

- A. $\frac{\sqrt{7}}{5}$ D. $\frac{3}{4}$
B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ E. $\frac{4}{5}$
C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: D



$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} TE &= \sqrt{TA^2 - AE^2} = \sqrt{TA^2 - \left(\frac{1}{2}AC\right)^2} \\ &= \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{25 - 18} = \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

Jarak titik T ke AB adalah garis TF.

$$\begin{aligned} TF &= \sqrt{TE^2 + EF^2} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (3)^2} \\ &= \sqrt{7 + 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sudut yang dibentuk TE dan bidang TAB adalah $\angle ETF$.

$$\cos \angle ETF = \frac{TE}{TF} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

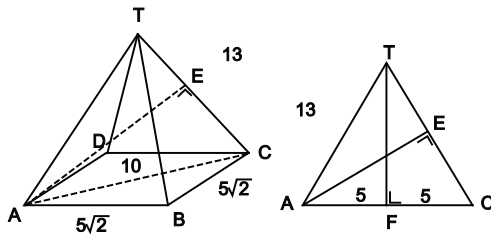
5. Diketahui limas segi empat berturan T.ABCD dengan $AB = BC = 5\sqrt{2}$ cm dan $TA = 13$ cm. Jarak titik A ke garis TC adalah

- A. $4\frac{8}{13}$ cm D. 10 cm
 B. $4\frac{12}{13}$ cm E. 12 cm
 C. $9\frac{3}{13}$ cm

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Secara geometri dapat digambar seperti berikut.



Jarak antara garis TC dan titik A adalah AE.

Perhatikan segitiga TAC!

$$\begin{aligned} TF &= \sqrt{TC^2 - FC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} \\ &= \sqrt{144} = 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Luas segitiga TAC:

$$\frac{1}{2} \times AC \times TF = \frac{1}{2} \times TC \times AE$$

$$AC \times TF = TC \times AE$$

$$10 \times 12 = 13 \times AE$$

$$120 = 13 \times AE$$

$$AE = \frac{120}{13}$$

$$AE = 9\frac{3}{13}$$

Jadi, jarak titik A ke garis TC adalah

$$9\frac{3}{13} \text{ cm.}$$

BAB
14

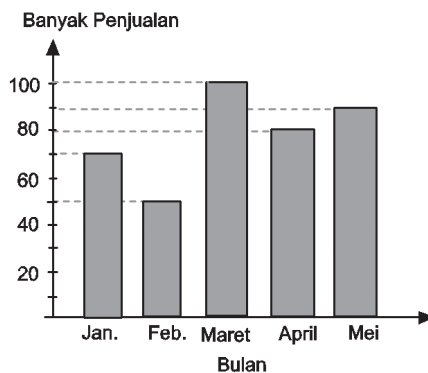
STATISTIKA

A. Penyajian Data dan Penafsiran Data

Data memberikan informasi kepada kita. Data dapat berbentuk tabel, diagram garis, diagram batang, diagram lingkaran, atau histogram. Dari penyajian data tersebut kita dapat menentukan unsur-unsur atau sesuatu info yang ada di dalam penyajian data tersebut.

Pada jenjang ini yang sering dipelajari adalah diagram batang, diagram lingkaran, dan tabel distribusi frekuensi serta histogram.

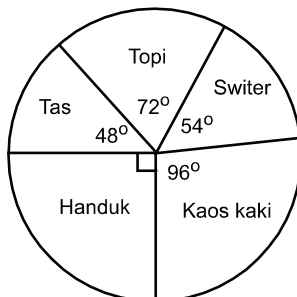
1. Diagram Batang di bawah ini, menyajikan data tentang hasil penjualan sepeda motor di Dealer Mukti Motor.



Penafsiran data:

- a. Hasil penjualan pada bulan Maret naik 50 unit atau 100%.
- b. Hasil penjualan pada bulan April sebanyak 80 unit.
- c. Penjualan sepeda motor selama 5 bulan sebanyak 390 unit.

2. Diagram lingkaran di bawah ini menyajikan data tentang banyak barang/aksesoris yang di jual di toko BARU.



Penafsiran data:

- a. Kaos kaki paling banyak yang dijual.
- b. Tas paling sedikit dijual.
 - Cara menentukan banyak item Handuk

$$\text{Banyak Handuk} = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \text{Jumlah barang yang dijual}$$
 - Cara menentukan banyak item Topi

$$\text{Banyak Topi} = \frac{72^\circ}{360^\circ} \times \text{Jumlah barang yang dijual}$$

3. Tabel Distribusi Frekuensi dan Histogram
Tabel distribusi frekuensi adalah tabel yang digunakan untuk data berkelompok. Perhatikan contoh berikut!

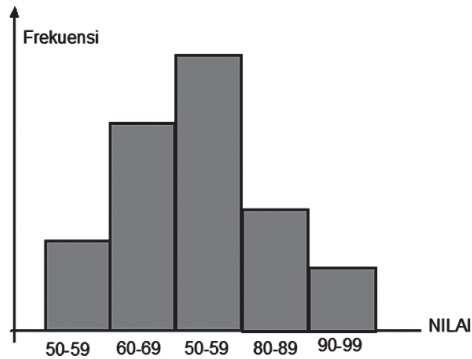
Nilai	Frekuensi
50–59	3
60–69	7
70–79	9
80–89	4
90–99	2

Tabel dan histogram di atas mempunyai 5 kelas.

Panjang kelas = $60 - 50 = 10$

Tepi bawah kelas pertama = 49,5

Tepi atas kelas pertama = 59,5



B. Ukuran Pemusatan

1. Data Tunggal

- Rata-rata:
$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$
- Median adalah nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan dari data terkecil. jika banyak data ganjil, mediannya sama dengan nilai data yang berada di tengah data terurut. Jika banyak data genap, mediannya sama dengan rata-rata dua nilai data yang berada di tengah data terurut.
- Modus adalah data yang paling sering muncul.

2. Data Berkelompok

- Rata-rata:
$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

f_i = frekuensi kelas-i

x_i = titik tengah kelas-i

- Median:
$$Me = Q_2 = L_2 + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_{med}}{f_{med}} \right) \cdot c$$

L_2 = tepi bawah kelas median

f_2 = frekuensi kelas median

$\sum f_{med}$ = jumlah frekuensi sebelum kelas median

N = jumlah data ($\sum f$)

c = panjang interval kelas

c. Modus:
$$Mo = L_o + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot c$$

L_o = tepi bawah kelas modus

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelum kelas modus

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudah kelas modus

c = panjang interval kelas

C. Ukuran Letak

1. Kuartil

Kuartil adalah ukuran yang membagi data terurut menjadi empat bagian sama banyak.

Quartil bawah =
$$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{4} - \sum f_{Q1}}{f_{Q1}} \right) \cdot c$$

Quartil tengah = Q_2 = Median (menggunakan rumus pada median)

Quartil atas =
$$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3N}{4} - \sum f_{Q3}}{f_{Q3}} \right) \cdot c$$

L_i = tepi bawah kelas kuartil

F_i = frekuensi kelas kuartil

$\sum f_{Q_i}$ = jumlah frekuensi sebelum kelas kuartil

N = jumlah data ($\sum f$)

c = panjang interval kelas

2. Desil

Desil adalah ukuran yang membagi data terurut menjadi sepuluh bagian sama banyak.

$$D_i = L_i + \left(\frac{\frac{i}{10}N - \sum f_{D_i}}{f_{D_i}} \right) \cdot c$$

L_i = tepi bawah kelas desil ke- i

f_{D_i} = frekuensi kelas desil ke- i

$\sum f_{D_i}$ = jumlah frekuensi sebelum kelas desil ke- i

N = jumlah data ($\sum f$)

c = panjang interval kelas

$i = 1, 2, 3, \dots, 9$

D. Ukuran Penyebaran

1. Simpangan Rata-rata

Data tunggal $SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$

Data berkelompok $SR = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$

2. Simpangan Baku dan Variansi

Data tunggal

Variansi = $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

Simpangan Baku = $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

Data berkelompok

Variansi = $V = \frac{1}{\sum f_i} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$

Simpangan Baku = $S = \sqrt{\frac{1}{\sum f_i} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}$

dengan

k = banyak kelas

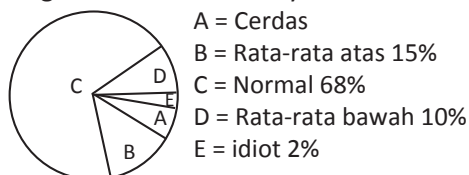
x_i = nilai data atau nilai tengah kelas ke- i untuk data yang dikelompokkan dalam kelas-kelas interval

f_i = frekuensi kelas ke- i

$\bar{x}$ = rata-rata data

Soal Bahas Statistika

1. Berikut ini adalah diagram lingkaran yang menunjukkan data anak usia 8–12 tahun dengan IQ di suatu daerah. Jika anak yang berusia 8 sampai dengan 12 tahun sebanyak 320 orang, anak-anak dengan tingkat IQ cerdas sebanyak



- A. 6 orang D. 16 orang
B. 8 orang E. 32 orang
C. 14 orang

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman
Jawaban: D

Persentase anak-anak yang cerdas
= $100\% - (15\% + 68\% + 10\% + 2\%)$
= $100\% - 95\% = 5\%$
Banyak anak dengan tingkat IQ Cerdas
= $5\% \times 320 = 16$ orang

2. Hasil ujian 40 siswa disajikan pada tabel berikut.

Nilai	Frekuensi
50–54	4
55–59	8
60–64	10
65–69	15
70–74	3

Kuartil bawah dari data pada tabel tersebut adalah

- A. 45,25 D. 58,25
B. 54,25 E. 62,75
C. 54,75

Tipe Soal Aplikasi/Terapan
Jawaban: D

Banyak data = 40
Kuartil bawah terletak pada data yang ke-10, yaitu pada batas kelas 55–59.

$$L_{Q_1} = 54,5$$

$$f_{Q_1} = 8$$

$$\Sigma f_{Q_1} = 4$$

$$c = 5$$

$$Me = L_{Q_1} + \left(\frac{\frac{N}{4} - \Sigma f_{Q_1}}{f_{Q_1}} \right) \cdot c$$

$$= 54,5 + \left(\frac{10 - 4}{8} \right) \cdot 5$$

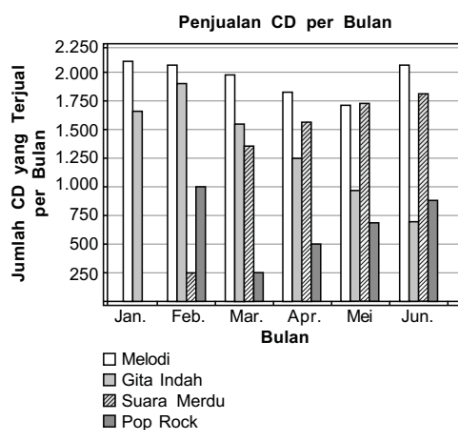
$$= 54,5 + \left(\frac{6}{8} \right) \cdot 5$$

$$= 54,5 + 3,75$$

$$= 58,25$$

Jadi, kuartil bawah dari data pada tabel tersebut adalah 58,25.

3. Pada bulan Januari, kelompok musik Melodi dan Gita Indah mengeluarkan CD baru mereka. Pada bulan Februari, kelompok musik Suara Merdu dan Pop Rock menyusul. Grafik berikut menggambarkan penjualan bulan Januari sampai dengan bulan Juni.



Manajer kelompok musik Gita Indah agak khawatir karena penjualan CD kelompok musiknya mengalami penurunan dari bulan Februari sampai dengan bulan Juni. Berapa perkiraan penjualan CD kelompok

musik ini pada bulan Juli, jika kecenderungan penurunan pada bulan-bulan sebelumnya terus berlanjut?

- A. 70 CD D. 670 CD
B. 250 CD E. 1340 CD
C. 370 CD

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Banyak data = 40

Penjualan CD kelompok musik Gita indah setiap bulan sebagai berikut.

Bulan	Banyak CD terjual
Februari	1.900
Maret	1.600
April	1.250
Mei	1.000
Juni	700
Juli	?

Penurunan terbesar

$$= 1.600 - 1.250 = 350$$

Penurunan terkecil

$$= 1.250 - 1.000 = 250$$

Pada bulan Juli dapat diperkirakan sebagai berikut.

$$700 - 350 < n < 700 - 250$$

$$350 < n < 450$$

Jadi, jawaban yang benar adalah pilihan C.

4. Dalam suatu kelas terdapat 22 siswa. Guru mengadakan ulangan Matematika. Hasil ulangan siswa diperoleh rata-rata 5 dan jangkuan 4. Jika nilai seorang siswa paling rendah dan seorang siswa paling tinggi tidak disertakan nilai rata-rata berubah menjadi 4,9. Nilai siswa paling rendah dan paling tinggi berturut-turut adalah

- A. 2 dan 6 D. 5 dan 9
B. 3 dan 7 E. 6 dan 10
C. 4 dan 8

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Misalkan x_1 nilai terendah dan x_{22} nilai tertinggi

$$x_{22} - x_1 = 4 \quad (i)$$

Rata-rata dari 22 siswa = 5

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{21} + x_{22}}{22} = 5$$

$$\text{sehingga } x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{22} = 110 \quad (ii)$$

Rata-rata dari 20 siswa = 4,9

$$\bar{x} = \frac{x_2 + x_3 + \dots + x_{21}}{20} = 4,9$$

$$\text{sehingga } x_2 + x_3 + \dots + x_{21} = 98 \quad (iii)$$

Substitusikan (iii) ke persamaan (ii)

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{22} = 110$$

$$x_1 + 98 + x_{22} = 110$$

$$x_1 + x_{22} = 12 \quad (iv)$$

Eliminasi x_1 pada persamaan (i) dan (iv)

$$x_{22} - x_1 = 4$$

$$x_1 + x_{22} = 12$$

$$\text{-----} +$$

$$2x_{22} = 16$$

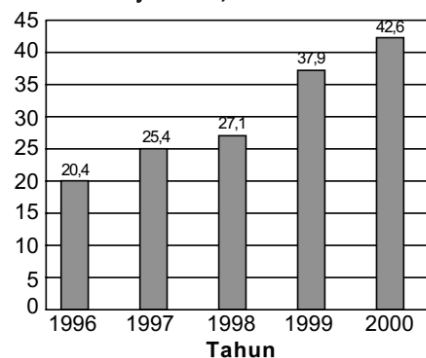
$$x_{22} = 8$$

sehingga diperoleh $x_1 = 4$

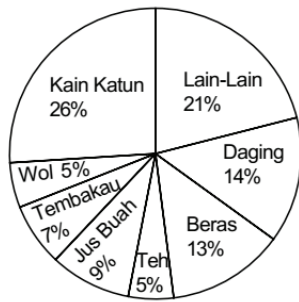
Jadi, nilai paling rendah = 4 dan tertinggi = 8.

5. Grafik di bawah ini memberikan informasi tentang ekspor dari Zedia, sebuah negara yang menggunakan mata uang Zed.

Ekspor tahunan total dari Zedia dalam juta zed, 1996-2000



**Sebaran ekspor dari
Zedia pada tahun 2000**



Berapakah harga jus buah yang diekspor dari Zedia pada tahun 2000?

- A. 1,8 juta zed
- B. 2,4 juta zed
- C. 2,8 juta zed
- D. 3,4 juta zed
- E. 3,8 juta zed

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: E

Berdasarkan diagram batang, total hasil ekspor dari Zedia pada tahun 2000 sebesar 42,6 juta zed.

Pada diagram lingkaran menunjukkan ekspor jus buah pada tahun 2000 sebesar 9%.

Dengan demikian, harga jus buah yang diekspor oleh Zedia sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Harga} &= 9\% \times 42,6 \text{ juta zed} \\ &= 3,8 \text{ juta zed}\end{aligned}$$

BAB
15

PERMUTASI DAN KOMBINASI

A. Kaidah Pencacahan

Jika banyak cara memilih unsur pertama ada m cara, banyak cara memilih unsur kedua ada n cara dan banyak cara memilih unsur ketiga ada p cara, maka banyak cara memilih ketiga unsur tersebut sekaligus ada $(m \times n \times p)$ cara.

B. Permutasi

1. Permutasi dari sekumpulan unsur yang berbeda diartikan sebagai cara penyusunan unsur-unsur tersebut dengan memerhatikan urutannya atau letaknya.

2. Notasi faktorial

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

3. Banyak permutasi r unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ dengan } r \leq n$$

4. Banyak permutasi n unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia

$${}_nP_n = n!$$

5. Permutasi dari n unsur yang tersedia jika terdapat k unsur yang sama, l unsur yang sama, dan m unsur yang sama adalah:

$$P = \frac{n!}{k! \times l! \times m!}$$

6. Banyak permutasi siklis dari n unsur berbeda

$$P_{\text{siklis}} = (n - 1)!$$

C. Kombinasi

1. Kombinasi dari sekumpulan unsur yang berbeda adalah cara penyusunan unsur-unsur tersebut tanpa memerhatikan urutannya.

2. Banyak kombinasi r unsur yang diambil dari n unsur yang tersedia

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \text{ dengan } r \leq n$$

Soal Bahas Permutasi dan Kombinasi

4. Banyak susunan kata yang dapat dibentuk dari penyusun kata "JAJARGENJANG" adalah

- A. $\frac{11!}{3! \times 2!}$ D. $\frac{11!}{3! \times 2! \times 2!}$
 B. $\frac{12!}{3! \times 2!}$ E. $\frac{12!}{3! \times 3! \times 2!}$
 C. $\frac{12!}{6! \times 4!}$

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: A

Banyak huruf pada JAJARGENJANG adalah 12.

Ada 3 huruf J yang sama, maka $p = 3$

Ada 3 huruf A yang sama, maka $q = 3$

Ada 2 huruf G yang sama, maka $r = 2$

Ada 2 huruf N yang sama, maka $s = 2$

Huruf R dan E masing-masing 1 huruf

Banyak susunan kata yang dapat dibentuk dari kata "JAJARGENJANG"

$$= P(12, 3, 3, 2, 2)$$

$$= \frac{12!}{3!3!2!2!}$$

$$= \frac{12 \times 11!}{3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2!}$$

$$= \frac{12 \times 11!}{12 \times 3! \times 2!}$$

$$= \frac{11!}{3! \times 2!}$$

5. Sebuah hotel akan membuat papan nomor kamar hotel. Pemilik hotel berkeinginan menggunakan 0, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 dan nomor yang terbentuk terdiri atas 3 angka berbeda bernilai lebih dari 500. Banyak papan nomor yang dapat dibuat adalah

- A. 168 D. 240
 B. 210 E. 280
 C. 224

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Bilangan tiga angka (Ratusan, Puluhan, Satuan).

Bilangan lebih dari 500 sehingga angka ratusannya 5, 6, 7, 8, dan 9 (ada 5 angka)

Setiap angka pada bilangan selalu berbeda (tidak ada pengulangan angka)

Banyak cara membuat bilangan:

Ratusan	Puluhan	Satuan
5 cara	7 cara	6 cara

Banyak bilangan yang nilainya lebih dari 500 adalah $5 \times 7 \times 6 = 210$ bilangan.

Jadi, banyak papan nomor yang dapat dibuat adalah 210 papan.

BAB
10

PELUANG KEJADIAN

A. Peluang Suatu Kejadian

1. Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari sebuah percobaan. $n(S)$ = banyak anggota ruang sampel. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel.
2. Setiap anggota ruang sampel (titik sampel) mempunyai peluang yang sama untuk muncul. Peluang kejadian A yang memiliki anggota sebanyak $n(A)$ adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad A \subset S$$

3. Diketahui A' adalah komplemen kejadian A atau kejadian bukan A atau n kejadian A tidak terjadi. Peluang kejadian A tidak terjadi adalah:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

4. Frekuensi harapan dari kejadian A dirumuskan:

$$F_n(A) = P(A) \times N$$

dengan N = banyak percobaan

B. Peluang Kejadian Majemuk

1. Peluang Dua Kejadian Saling Lepas

Jika A dan B dua kejadian yang berada dalam ruang sampel S, peluang kejadian $A \cup B$ adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Jika A dan B masing-masing dua kejadian yang saling lepas, berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2. Peluang Dua Kejadian Saling Bebas

Jika terjadinya kejadian A tergantung dengan kejadian B atau sebaliknya, kejadian A dan B tidak saling bebas. Kejadian tersebut dinamakan kejadian bersyarat.

Peluang kejadian B dengan syarat kejadian A terjadi lebih dahulu ditulis $P(B/A)$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

Jika A dan B kejadian-kejadian yang saling bebas, berlaku

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Soal Bahas Peluang Kejadian

1. Dua buah dadu dilempar undi bersamaan sebanyak satu kali. Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah 4 atau 8 adalah

- A. $\frac{8}{36}$ D. $\frac{24}{36}$
 B. $\frac{10}{36}$ E. $\frac{32}{36}$
 C. $\frac{12}{36}$

Tipe Soal Pengetahuan & Pemahaman

Jawaban: A

Dua dadu dilempar undi secara bersamaan sehingga banyak kejadian (titik sampel) yang mungkin terjadi ada 36, $n(S) = 36$.

A = kejadian muncul kedua mata dadu berjumlah 4 atau 8
 $= \{(1, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

$$n(A) = 8$$

Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah 4 atau 8.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36}$$

2. Tiga keping uang logam setimbang dilempar undi sebanyak 64 kali. Frekuensi harapan kejadian muncul satu sisi angka dan dua sisi gambar adalah
- A. 12 kali D. 42 kali
 B. 24 kali E. 48 kali
 C. 36 kali

Tipe Soal Aplikasi/Terapan

Jawaban: B

Misalkan: sisi angka = A dan sisi gambar = G

Ruang sampel pelemparan tiga keping mata uang logam
 $= \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$

$$n(S) = 8$$

A = Kejadian muncul satu sisi angka dan dua sisi gambar
 $= \{AGG, GAG, GGA\}$

$$n(A) = 3$$

Frekuensi harapan kejadian A dengan pelemparan sebanyak 64 kali.

$$\begin{aligned} F_h(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \times N \\ &= \frac{3}{8} \times 64 \\ &= 24 \text{ kali} \end{aligned}$$

Jadi, frekuensi harapan muncul satu sisi angka dan dua sisi gambar adalah 24 kali.

3. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan: "Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga." Manakah keterangan di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A. Sekitar $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$ sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B. Dua pertiga lebih besar dari setengah sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi daripada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

Tipe Soal Penalaran & Logika
Jawaban: C

Berdasarkan ahli geologi tersebut dapat dikatakan bahwa untuk 20 tahun ke depan, diperkirakan peluang terjadi gempa dua pertiga atau sekitar 67%. Artinya diperkirakan tidak terjadi gempa 33%.

Di sini dapat dibandingkan antara persentase terjadi dan persentase tidak terjadi. Meskipun, persentase terjadi lebih besar daripada tidak terjadi gempa, kita tidak bisa memastikan terjadinya gempa. Jadi, pernyataan yang benar adalah pilihan C.

4. Untuk menggalang keakraban di kalangan pelajar, dua sekolah menengah SMA "A" dan SMA "B" yang lokasinya berdekatan berkolaborasi di bidang ekstrakurikuler yaitu olahraga Futsal,

Paskibra, dan Seni. Sebanyak 40 siswa SMA "A" dan 60 siswa SMA "B" mengikuti kegiatan dan siswa-siswa tersebut hanya boleh mengikuti satu kegiatan. Ada 25 siswa yang mengikuti kegiatan Futsal, dan 40 siswa mengikuti Paskibra. Ada 30 siswa SMA "B" yang mengikuti Seni dan 15 siswa SMA "A" mengikuti olahraga Futsal. Jika seorang siswa diambil secara acak, peluang yang terpilih dari SMA "B" dan mengikuti Paskibra adalah

- A. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{10}$
B. $\frac{1}{5}$ E. $\frac{2}{10}$
C. $\frac{3}{20}$

Tipe Soal Penalaran & Logika
Jawaban: B

Banyak siswa yang mengikuti kegiatan dari kedua sekolah adalah $40 + 60 = 100$, $n(S) = 100$

Jenis kegiatan ekstrakurikuler dan banyak siswa yang mengikuti sebagai berikut.

	Futsal	Paskibra	Seni	Jumlah
SMA A	15	20	5	40
SMA B	10	20	30	60
Jumlah	25	40	35	100

Banyak siswa SMA "B" yang ikut

Paskibra = $n(A) = 20$

Peluang yang terpilih dari SMA "B" dan mengikuti Paskibra = $P(A)$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

5. Sebuah kotak berisi 6 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Dua kelereng diambil satu per satu dari kotak tersebut tanpa pengembalian pada pengambilan pertama. Peluang terambil kelereng pertama dan kedua merah adalah

- A. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{15}{24}$
 B. $\frac{30}{81}$ E. $\frac{4}{5}$
 C. $\frac{5}{12}$

Tipe Soal Penalaran & Logika

Jawaban: C

Jumlah kelereng = $6 + 3 = 9$.

Peluang terambil kelereng pertama dan kedua merah dengan pengambilan pertama tidak dikembalikan

= P(merah pada pengambilan pertama) $\times$ P(merah pada pengambilan kedua)

$$= \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{12}$$

Jadi, peluang terambil kelereng pertama dan kedua merah $\frac{5}{12}$.