



MATEMATIKA PEMINATAN

KELAS X IPA SEMESTER GENAP

Buku ini disusun oleh guru Matematika Peminatan MAN 1 Blitar
DENGAN TEKAT KUBACA, KUCOBA DAN KUBISA

Semoga akan memberi pengalaman, manfaat dan solusi terbaik
Bagi yang mempelajarinya

VEKTOR

MAN 1 BLITAR



VEKTOR

1. Identitas

- Nama Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
- Semester : 2 / Genap
- Kompetensi Dasar

3.3 Menjelaskan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga

4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga

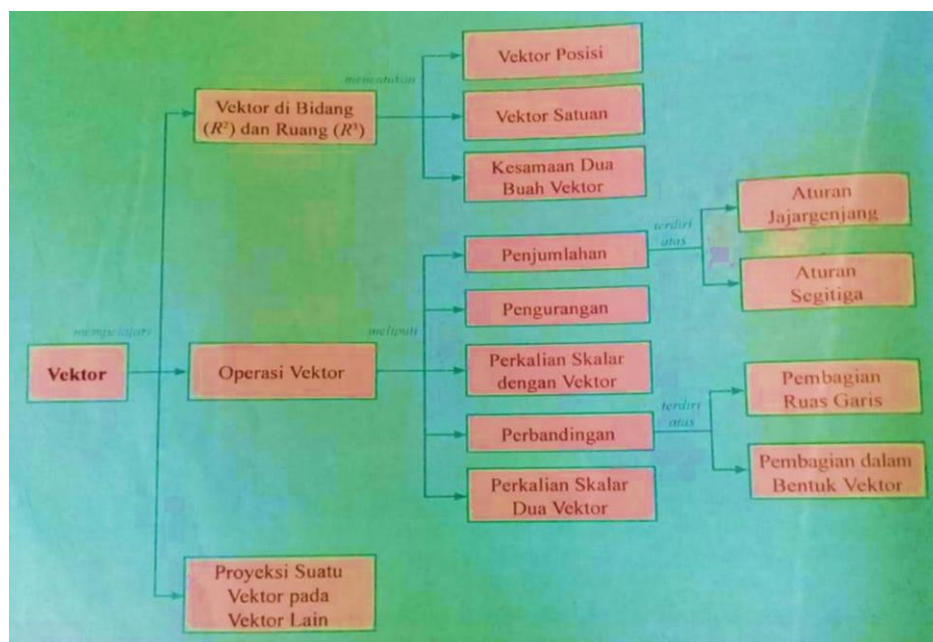
- Materi Pokok : Vektor
- Alokasi Waktu : 3 JP X 16
- Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dengan metode **diskusi, tanya jawab, analisis, penugasan, dan presentasi** dengan pendekatan saintifik, peserta didik dapat menjelaskan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga, terampil menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga sehingga peserta didik dapat menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya melalui belajar matematika, mengembangkan **sikap/ karakter jujur, peduli, dan bertanggung jawab** serta dapat mengembangkan kemampuan **berpikir kritis, berkomunikasi, berkolaborasi, berkreasi (4C) dan berliterasi**.

g. Materi Pembelajaran

- Bacalah bacaan pada buku teks pelajaran (BTP): **Matematika Peminatan SMA/ MA Kelas X. Bandung: Srikandi Empat . Karangan : Suah Sembiring, dkk**, edisi revisi 2016 hal. 103 s.d. 141.

2. Peta Konsep



3. Konsep Belajar

a. Pendahuluan

Sebelum mempelajari materi ini, silakan Anda cermati gambar dan uraian di bawah ini !



Sumber : MediaBanten.com

Pernahkan Anda naik pesawat terbang? Pasti beberapa kali mengalami guncangan, namun tidak sampai terombang ambing layaknya awak kapal yang diterpa gelombang besar saat berlayar. Hal ini dikarenakan pesawat terbang yang hendak terbang (*take off*) dan mendarat (*landing*) menggunakan metode vektor, sehingga ketika turun tidak langsung jatuh ke bawah, tapi melalui arah vector yang disesuaikan. Dengan demikian orang-orang yang berada di dalamnya pun tidak jatuh atau terombang-ambing.

Untuk lebih memahami konsep vektor, pelajari beberapa kegiatan berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam UKBM ini!

b. Kegiatan Inti

1. Petunjuk Umum UKBM

- a. Baca dan pahami materi pada Buku Siswa Matematika Peminatan SMA/MA kelas X yang diterbitkan oleh Bandung Srikandi Empat, karangan Suah Sembiring, dkk, hal. 103 s/d 132
- b. Setelah memahami isi materi dalam bacaan berlatihlah untuk berpikir tinggi melalui tugas-tugas yang terdapat pada UKBM ini baik bekerja sendiri maupun bersama teman sebangku atau teman lainnya.
- c. Kerjakan UKBM ini di buku kerja atau langsung mengisikan pada bagian yang telah disediakan.
- d. Anda dapat belajar bertahap dan berlanjut melalui kegiatan **ayo berlatih**, apabila Anda yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan-permasalahan dalam kegiatan belajar 1 dan 2. Anda boleh sendiri atau mengajak teman lain yang sudah siap untuk mengikuti tes penilaian harian 1 agar Anda dapat belajar ke UKBM berikutnya.

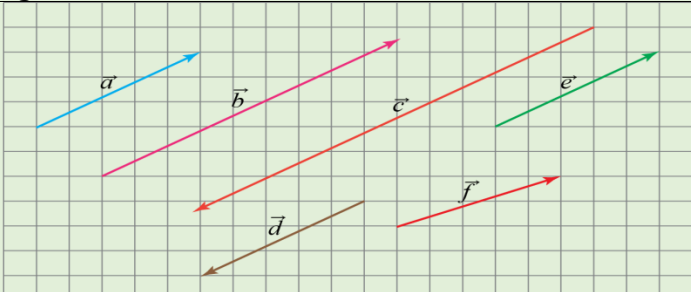
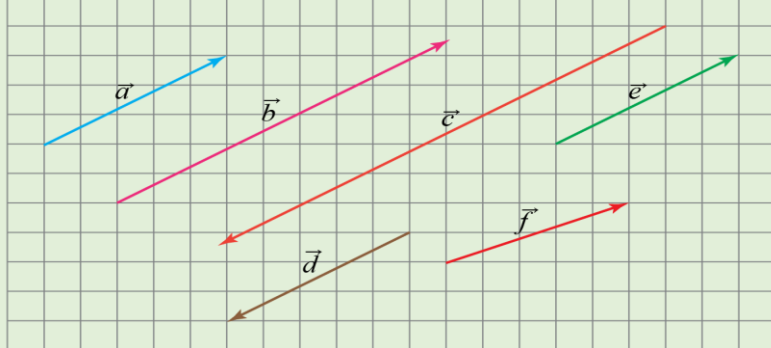
2. Kegiatan Belajar

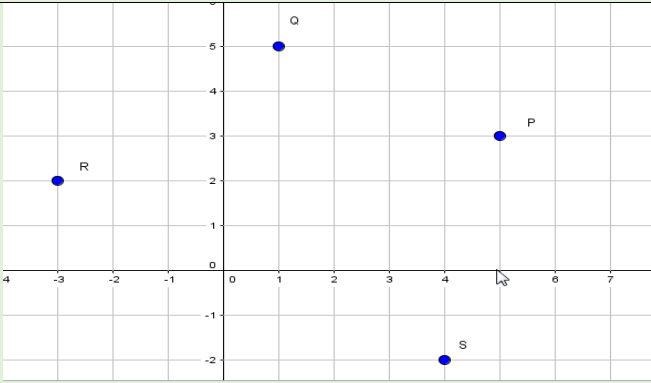
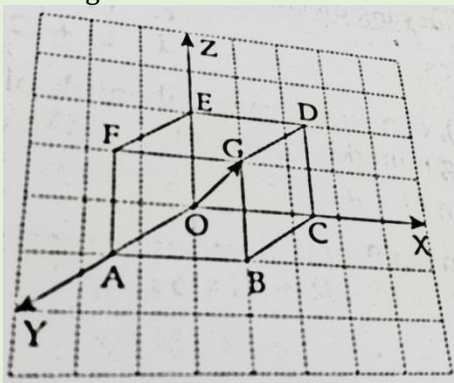
Ayo ikuti kegiatan belajar berikut dengan penuh kesabaran dan konsentrasi!!!

Kegiatan Belajar 1 (3 JP x 4)

A. Vektor di Bidang (R^2) dan Ruang (R^3)

1. Baca dan pahami materi pada Buku Matematika Peminatan Kelas X yang diterbitkan oleh Erlangga, halaman 103 s.d. 111, Evaluasi 3.1, hal. 110
2. Kemudian, jawablah pertanyaan – pertanyaan berikut !

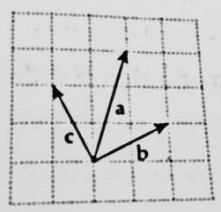
No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Tuliskan lima besaran yang termasuk vektor dan lima besaran yang termasuk besaran skalar !	
2.	 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektor kolom $= (2 \ 3)$ vektor baris $= 2i + 3j$ vector basis Tuliskan vektor –vektor diatas dalam vektor kolom, vektor baris dan vektor basis !	
3.	 Tentukan pasangan vektor-vektor yang i) Sejajar ii) Searah iii) Sama panjang iv) Berlawanan arah	

No.	Pertanyaan	Jawaban
	v) Merupakan negatif dari vektor lainnya vi) Sama	
4.	 Nyatakan titik- titik pada (gambar 2) dalam bentuk vector posisi	
5.	Berdasarkan pada gambar nomor 3, hitunglah panjang masing-masing vector !	
6.	Misalkan $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$. Jika m adalah bilangan real, sebutkan sifat-sifat yang berlaku !	
7.	Sebutkan sifat-sifat perkalian skalar dua vektor !	
8.	Amati gambar berikut !  Tentukan vektor $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OG}$, dan $\overrightarrow{DG}$!	
9.	Diketahui vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Tentukan vektor satuan yang searah dengan $\vec{p}$.	

No.	Pertanyaan	Jawaban
10.	Tunjukkan bahwa panjang vektor satuan pada soal nomor 9, adalah satu satuan !	

B. Operasi vektor pada R^2 dan R^3

- Baca dan pahami materi pada Buku Matematika Peminatan Kelas X yang diterbitkan oleh Bandung : Srikandi Empat , karangan Suah Sembiring, halaman 111 s.d. 119, Evaluasi 3.2, hal. 119
- Kemudian, jawablah pertanyaan – pertanyaan berikut !

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Amati gambar berikut !  Tentukan diagram yang menunjukkan $a + b - c$!	
2.	Diketahui $\vec{a} = 2i + j$, $\vec{b} = i - 3j$, dan $\vec{c} = 3i + 5j$. Jika $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$, tentukan nilai : a. x b. y c. $2x^2 - y$ d. $x^2 + 5y^2$	
3.	Misalkan vektor $\vec{u} = xi - 4j$. Tentukan nilai x yang mungkin jika vektor satuan dari vektor $\vec{u}$ adalah $\begin{pmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{5} \\ \frac{-2}{5}\sqrt{5} \end{pmatrix}$.	
4.	Jika $ b = 2$, $a = (3, -4)$, dan sudut yang dibentuk oleh vektor b dan a adalah 60° , tentukanlah 2 vektor yang mungkin untuk b!	
5.	Diketahui $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2p \\ -1 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai p agar vektor $\vec{u}$ dan vektor $\vec{v}$ saling tegak lurus.	
6.	Sebuah kubus ABCD.EFGH rusuk-rusuk utamanya terletak pada sumbu X, sumbu Y, dan sumbu Z. Jika koordinat titik G (3,-2,5) tentukan koordinat titik-titik yang lainnya!	
7.	Diketahui $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$, dan $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ Tunjukkan bahwa $(a + b) + c = a + (b + c)$	
8.	Diketahui P(-5, 0, 2), Q(1, 3, -1), dan C(3, 4, -2). a. Tunjukkan bahwa A, B, dan C segaris b. Carilah perbandingan AB : BC	
9.	Diketahui $\vec{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan $\vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Jika $\vec{p}$ tegak lurus dengan $\vec{q}$, tentukan nilai t !	
10.	Diketahui sudut antara $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ 60° . Jika $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ dan $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,	

No.	Pertanyaan	Jawaban
	tentukan panjang vektor $\vec{b}$.	

Ayo Berlatih !

Berdasarkan materi yang telah kalian pelajari, diskusikan permasalahan dibawah ini bersama tiga temanmu yang lain !

1. Dengan memisalkan vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$,

dan $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, coba kalian buktikan bahwa menurut sifat-sifat vektor, berlaku untuk setiap vektor tersebut !

2. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = (2, 2, z)$, $\vec{b} = (-8, y, -5)$, $\vec{c} = (x, 4y, 4)$

dan $\vec{d} = (2x, 22 - z, 8)$. Jika vektor $\vec{a}$ tegak lurus dengan $\vec{b}$ dan vektor $\vec{c}$ sejajar dengan vektor $\vec{d}$ tentukan nilai $y + z$!

3. Panjang vektor $\vec{a}$, $\vec{b}$ dan $\vec{a} + \vec{b}$ berturut-turut 12, 8, dan $4\sqrt{7}$. Tentukan besar sudut antara vektor $\vec{a}$ dan vektor $\vec{b}$

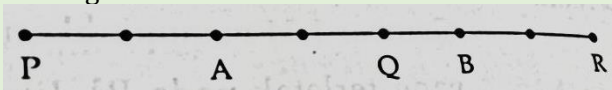
Kegiatan Belajar 2 (3 JP x 2)

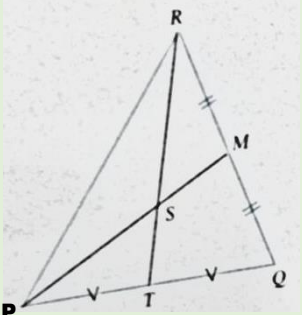
- Setelah menyelesaikan soal di atas dan mengikuti kegiatan belajar 1, silakan Anda berdiskusi dengan teman sebangku atau teman lain jika memang masih ada beberapa hal yang perlu dikaji ulang.
- Kemudian, kerjakanlah soal-soal latihan di buku Matematika Peminatan Kelas X cetaka Bandung Srikandi Empat, karangan Suah Sembiring, dkk, Evaluasi 3.2 hal 119 !
- Ini adalah bagian akhir dari kegiatan belajar 1 dan 2. Mintalah tes penilaian harian 1 kepada Guru Anda sebelum belajar ke kegiatan berikutnya ! Apabila belum lulus tes penialain harian ini , mintalah remidi ! ($KKM \geq 75$)

Kegiatan Belajar 3 (3 JP x 6)

C. Perbandingan vektor pada R^2 dan R^3 Dan Perkalian Dua Vektor

- Baca dan pahami materi pada Buku Matematika Peminatan Kelas X yang diterbitkan oleh Bandung Srikandi Empat, karangan Suah Sembiring ,dkk, halaman 120 s.d. 129, dan kerjakan Evaluasi 3.3 hal. 122 dan Evaluasi 3.4 hal 128!
- Kemudian, jawablah pertanyaan – pertanyaan berikut !

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Amati gambar berikut!  Tentukan: a. $PA : PQ$	

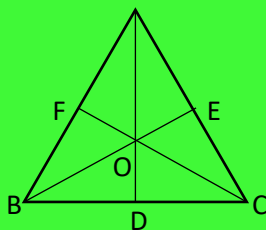
No.	Pertanyaan	Jawaban
	b. AP : AB c. AB : AR d. QP : QA e. QP : QR f. BA : BQ	
2.	Gunakan rumus $p = \frac{mb+na}{m+n}$ untuk menyatakan vector-vektor posisi dari titik-titik berikut dalam a dan b. a. P membagi AB dengan perbandingan 2 : 1 b. P membagi AB dengan perbandingan -3 : 2 c. P membagi AB dengan perbandingan 2 : -5 d. P dan Q masing-masing membagi AB di dalam dan di luar dengan perbandingan 3 : 4 dan 3 : -4	
3.	P adalah titik $(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 1)$, $Q(1, 0, 0)$ dan $R(2, 5, 2)$ a. Tunjukkan P, Q dan R segaris! b. Bila $\overrightarrow{PS} = 3\overrightarrow{PQ}$, tentukan koordinat S!	
4.	Jika $A(5, 4, 2)$, $B(6, 2, -1)$ dan $C(8, p, q)$ adalah segaris. a. Buktikan bahwa $\frac{m}{n} = \frac{x_r - x_1}{x_2 - x_r}$ b. Tentukan perbandingan panjang ruas garis AB dan AC ! c. Hitung nilai p dan q!	
5.	Titik-titik sudut $\triangle ABC$ adalah $A(-2, -2, -2)$, $B(1, -2, 1)$ dan $C(1, 0, 1)$. P membagi BC dengan perbandingan 2 : 1 dan Q membagi CA dengan perbandingan 1 : 2. R adalah titik tengah AB. a. Tentukan koordinat P, Q, dan R! b. Buktikan bahwa BQ dan AP berpotongan dengan perbandingan 3 : 1!	
6.	Buktikan bahwa garis-garis berat suatu segitiga saling berpotongan di satu titik dengan perbandingan 2 : 1!	
7.	Diketahui suatu jajargenjang PQRS dengan $P(1, 1, 2)$, $Q(5, 7, 10)$, dan $S(0, -2, 3)$. Titik T adalah titik tengah PQ. Titik U membagi ST dengan perbandingan 2 : 1. a. Tentukan koordinat titik R, T, dan U b. Tunjukkan bahwa P, U, dan R segaris.	
8.	Amati gambar berikut!  Diketahui vektor $\overrightarrow{PQ} = \vec{u}$, $\overrightarrow{QR} = \vec{v}$, $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{PS} = \vec{w}$. Jika PS : SM = 2 : 1, tentukan: a. Vektor posisi dari $\overrightarrow{PS}$ b. Vektor posisi dari $\overrightarrow{ST}$	
9.	Jika titik A (1, 2, 3) B(-1, 4, 8) dan C (5, p, q) kolinier, tentukan nilai 2pq.	

No.	Pertanyaan	Jawaban
10.	Diketahui titik A(5, 1, 10) B(2, -2, 6) dan titik C(14, 10, 22). Coba selidiki apakah ketiga titik tersebut berada dalam satu garis lurus.	

Ayo Berlatih !

Berdasarkan materi yang telah kalian pelajari, diskusikan permasalahan dibawah ini bersama tiga temanmu yang lain !

Perhatikan gambar berikut!



1. Jika diketahui $\frac{AF}{FB} = \frac{4}{3}$, dan $\frac{BD}{DC} = \frac{5}{6}$,

Tentukan $\frac{CE}{EA}$.

2. Diketahui segitiga ABC, dengan $AC : CB = 3 : 4$. Garis bagi luar sudut C memotong perpanjangan BA di P (A terletak antara P dan B). tentukan perbandingan $PA : PB$.

3. Diketahui persegi panjang OACB dan D titik tengah OA, CD memotong diagonal AB di P. jika $\vec{OA} = \vec{a}$ dan $\vec{OB} = \vec{b}$. Tentukan vektor $\vec{OP}$!

D. Proyeksi Suatu Vektor pada Vektor

- Baca dan pahami materi pada Buku Matematika Peminatan Kelas X yang diterbitkan oleh Bandung Srikandi Empat, karangan Suah Sembiring, dkk, halaman 129 s.d. 132 dan kerjakan Evaluasi 3.5 hal. 130 dan Evaluasi 3.6 hal 132!
- Kemudian, jawablah pertanyaan – pertanyaan berikut !

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Diketahui $\vec{a} = 2i + 2j - k$ dan $\vec{b} = 6i - 3j + 2k$. Tentukan: a. Proyeksi vektor orthogonal $2\vec{a}$ pada $\vec{b}$. b. Proyeksi vector orthogonal $\vec{b}$ pada $\vec{a} + \vec{b}$. c. Panjang vektor proyeksi orthogonal $2\vec{a}$ pada $\vec{b}$. d. Panjang vector proyeksi orthogonal $\vec{b}$ pada $\vec{a} + \vec{b}$.	
2.	Diketahui $a = 2i + j + 3k$ dan $b = 2i + kj + 2k$. Jika panjang proyeksi a pada b sama dengan setengah panjang vektor b, hitunglah nilai-nilai k yang mungkin.	
3.	Hitunglah proyeksi vektor PQ pada QR, apabila diketahui titik P(4, -3, 3), Q(5, 1, -1) dan R(4, 2, 1)!	
4.	Sebuah vektor a dengan panjang $\sqrt{5}$ membentuk sudut lancip dengan vektor $b = 3i + 4j$. Jika vektor a diproyeksikan ke vektor b, maka panjang proyeksinya adalah 2. Tentukan vektor-vektor a!	

No.	Pertanyaan	Jawaban
5.	Jika panjang proyeksi vektor $\vec{b} = i - 2j$ pada vektor $\vec{a} = xi + yj$ Dengan $x, y > 0$ adalah 1. Tentukan nilai $4x - 3y + 1 = \dots$	
6.	Diketahui $\vec{u} = 4i + 2j + 3k$ dan $\vec{v} = i + j + 2k$. Nilai bilangan positif a agar panjang proyeksi vektor $a\vec{u}$ pada vektor $\vec{v}$ sama dengan 10, tentukan nilai a!	
7.	Diketahui titik-titik P(1, 1), Q(5, 3) dan R(2, 4). Jika titik S merupakan proyeksi ortogonal titik R pada garis PQ, maka panjang PS = ...	
8.	Diketahui $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan panjang proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $2\sqrt{6}$. Jika sudut antara $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ adalah α , tentukan nilai $\cos \alpha$.	
9.	Diketahui vektor $\vec{x} = (-\sqrt{3}, 3, 1)$, dan vektor $\vec{y} = (\sqrt{3}, 2, 3)$. Tentukan luas segitiga proyeksinya !	
10.	Jika panjang proyeksi vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$ pada $\vec{q} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ sama dengan 5, maka nilai dari $2a^2 - 5a + 1 = \dots$	

Ayo Berlatih !

Berdasarkan materi yang telah kalian pelajari, diskusikan permasalahan dibawah ini bersama tiga temanmu yang lain !

1. Diketahui kubus satuan ABCD.EFGH. misalkan vektor-vektor $\vec{AB} = \vec{i} = (1, 0, 0)$; $\vec{AD} = \vec{j} = (0, 1, 0)$ dan $\vec{AE} = \vec{k} = (0, 0, 1)$. Titik P adalah titik pusat sisi BCGF. Tentukan vektor proyeksi $\vec{FP}$ ke vektor $\vec{AC}$!
2. Sudut antara vektor $\vec{a} = xi + (2x + 1)j - x\sqrt{3}k$ dan vektor $\vec{b}$ adalah 60° . Jika panjang proyeksi vektor $\vec{a}$ ke vektor $\vec{b}$ sama dengan $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, tentukan nilai x !
3. Diberikan vektor berikut ;

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{2} \\ p \end{pmatrix}, \text{ dan } \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ q \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Jika panjang proyeksi vektor $\vec{b}$ pada vektor $\vec{a}$ adalah 1 dan vektor $\vec{b}$ tegak lurus dengan vektor $\vec{c}$, tentukan nilai p + q !

Kegiatan Belajar 4 (3 JP x 4)

1. Setelah menyelesaikan soal di atas dan mengikuti kegiatan belajar 2, silakan Anda berdiskusi dengan teman sebangku atau teman lain jika memang masih ada beberapa hal yang perlu dikaji ulang.
2. Kemudian, kerjakanlah soal-soal latihan di buku Matematika Peminatan yang diterbitkan oleh Bandung Srikandi Empat, karangan Suah Sembiring, dkk, Evaluasi 3.5 dan Evaluasi 3.6 !
3. Ini adalah bagian akhir dari kegiatan belajar 3 dan 4. Mintalah tes penialain harian kepada Guru Anda. Apabila belum lulus tes ini, mintalah remidi !
4. Setelah lulus tes penilaian harian ke satu dan kedua, mintalah ulangan harian vektor (KD 3.3 dan 4.3) kepada guru Anda !
5. Setelah lulus ulangan harian (≥ 75) pada semester 2, lanjutkan ke UKBM berikutnya, dan apabila belum lulus, mintalah remidi !

Sukses untuk kalian
!!!