



Pengembangan Keprofesian
Berkelanjutan (PKB)
Guru Madrasah Aliyah



**MADRASAH
REFORM** 2020
2024
Realizing Education's Promise
Madrasah Education Quality Reform
(IBRD 8892-ID)

Modul Pembelajaran Matematika

ATURAN SINUS DAN KOSINUS

Unit 10

Pembelajaran

Kementerian Agama Republik Indonesia
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah
Tahun 2020

Disusun oleh :
Tim Pengembang Modul
Pembelajaran PKB Guru
Madrasah Aliyah



Unit Pembelajaran 10

ATURAN SINUS DAN KOSINUS

MATA PELAJARAN MATEMATIKA MADRASAH ALIYAH

Penanggung Jawab

*Direktorat GTK Madrasah
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Kementerian Agama Republik Indonesia*

Penyusun

*Wiwit Susanti
Darno Raharjo
Sigit Tri Guntoro
Juanda Kasim
Untung Trisna Suwaji*

Reviewer

Abdur Rahman As'ari

Copyright © 2020

Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Agama Republik Indonesia



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Undang – Undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen Pasal 1 ayat 1 menyatakan bahwa Guru adalah pendidik profesional dengan tugas utama mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, melatih, menilai, dan mengevaluasi peserta didik pada Pendidikan Anak Usia Dini jalur Pendidikan Formal, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Agar dapat melaksanakan tugas utamanya dengan baik, seorang guru perlu meningkatkan kompetensi dan kinerjanya secara bertahap, berjenjang, dan berkelanjutan melalui Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) guru. Untuk itu saya menyambut baik terbitnya modul ini sebagai panduan semua pihak dalam melaksanakan program PKB.

Peningkatan Kompetensi Pembelajaran merupakan salah satu fokus upaya Kementerian Agama, Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan (GTK) dalam meningkatkan kualitas madrasah melalui pembelajaran berorientasi keterampilan berpikir tingkat tinggi, kontekstual, dan terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman. Program PKB dilakukan mengingat luasnya wilayah Indonesia dan kualitas pendidikan yang belum merata, sehingga peningkatan pendidikan dapat berjalan secara masif, merata, dan tepat sasaran.

Modul ini dikembangkan mengikuti arah kebijakan Kementerian Agama yang menekankan pada pembelajaran berorientasi pada keterampilan berpikir tingkat tinggi atau *higher order thinking skills* (HOTS) dan terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman. Keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah proses berpikir kompleks dalam menguraikan materi, membuat kesimpulan, membangun representasi, menganalisis, dan membangun hubungan dengan melibatkan aktivitas mental yang paling dasar. Sementara, nilai-nilai keislaman diintegrasikan dalam pembelajaran sebagai *hidden curriculum* sehingga tercipta generasi unggul sekaligus beriman dan bertakwa serta berakhlak mulia.



Sasaran Program PKB ini adalah seluruh guru di wilayah NKRI yang tergabung dalam komunitas guru sesuai bidang tugas yang diampu di wilayahnya masing-masing. Komunitas guru dimaksud meliputi kelompok kerja guru (KKG), Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), dan Musyawarah Guru Bimbingan Konseling (MGBK). Model pembelajaran yang digunakan dalam modul ini adalah melalui moda Tatap Muka *In-On-In* sehingga guru tidak harus meninggalkan tugas utamanya di madrasah sebagai pendidik.

Semoga modul ini dapat digunakan dengan baik sebagaimana mestinya sehingga dapat menginspirasi guru dalam materi dan melaksanakan proses pembelajaran. Kami ucapkan terima kasih atas kerja keras dan kerja cerdas para penulis dan semua pihak terkait yang dapat mewujudkan Modul ini. Semoga Allah SWT senantiasa meridhai dan memudahkan upaya yang kita lakukan. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Jakarta, Oktober 2020

An. Direktur Jenderal,

Direktur Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah,

Muhammad Zain



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
01 PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan.....	4
C. Manfaat	4
D. Sasaran	4
E. Petunjuk Penggunaan	5
02 TARGET KOMPETENSI	8
A. Target Kompetensi Guru	8
1. Target Kompetensi Guru.....	8
2. Indikator Pencapaian Kompetensi Guru	8
B. Target Kompetensi Peserta Didik.....	9
1. Kompetensi Dasar	9
2. Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik (IPK)	10
03 MATERI PEMBELAJARAN	11
A. Ruang Lingkup Materi	11
B. Aplikasi dalam Kehidupan	11
C. Integrasi Keislaman.....	12



D. Bahan Bacaan	14
1. Bahan Bacaan 1: Aturan Sinus	14
2. Bahan Bacaan 2 : Aturan Kosinus.....	16
04 KEGIATAN PEMBELAJARAN	19
A. Organisasi Pembelajaran.....	19
B. Perangkat dan Media Pembelajaran.....	19
1. Perangkat Pembelajaran, Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh guru	19
2. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh peserta didik.....	19
C. Aktivitas Pembelajaran.....	20
1. Kegiatan <i>In Learning Service</i> -1 (6 JP).....	20
2. Kegiatan <i>On Job Learning</i> (4 JP)	25
3. Kegiatan <i>In Learning Service</i> -2 (2 JP).....	26
D. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD).....	26
1. Contoh LKPD 1.....	27
2. Contoh LKPD 2	32
E. Pengembangan Penilaian.....	38
05 PENILAIAN	39
A. Tes Formatif.....	39
B. Penilaian	44
1. Penilaian untuk Guru.....	44
2. Penilaian untuk Peserta Didik.....	46
06 PENUTUP	48
KUNCI JAWABAN TES FORMATIF.....	49
DAFTAR PUSTAKA	50



DAFTAR TABEL

Tabel 1 Target Kompetensi Guru	8
Tabel 2 Indikator Pencapaian Kompetensi Guru.....	8
Tabel 3 Target Kompetensi Dasar Peserta Didik	9
Tabel 4 Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik	10
Tabel 5 Organisasi Pembelajaran	19
Tabel 6 Rancangan Kegiatan Pembelajaran	25
Tabel 7 Pencatatan Pelaksanaan Pembelajaran	25
Tabel 8 Format Kegiatan Tindak Lanjut Pembelajaran.....	26
Tabel 9 Kisi-Kisi Pengembangan Soal HOTS	38
Tabel 10 Instrumen Penilaian Diri Bagi Guru	44
Tabel 11 Instrumen Penilaian Guru oleh Asesor/Fasilitator.....	45
Tabel 12 Instrumen Penilaian Diri bagi Peserta Didik.....	46
Tabel 13 Instrumen Penilaian Peserta Didik oleh Guru	47



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1	Daya Serap Peserta Didik terhadap Mata Pelajaran Matematika pada Ujian Nasional 2019.....	2
Gambar 2	Daya Serap Peserta Didik terhadap Materi Geometri dan Trigonometri pada Ujian Nasional 2019	3
Gambar 3	Alur PKB melalui Tatap Muka In-On-In.....	7
Gambar 4	Aturan Sinus dan Kosinus dalam Kehidupan Sehari-hari	11
Gambar 5	Segitiga ABC	14
Gambar 6	Segitiga ABC	14
Gambar 7	Segitiga Tumpul ABC	15
Gambar 8	Segitiga ABC	16
Gambar 9	Segitiga ABC	17
Gambar 10	Segitiga ABC	17
Gambar 11	Segitiga ABC	20
Gambar 12	Danau Tanralili	23
Gambar 13	Jembatan Bareleng.....	27
Gambar 14	Olahraga Bersepeda	32

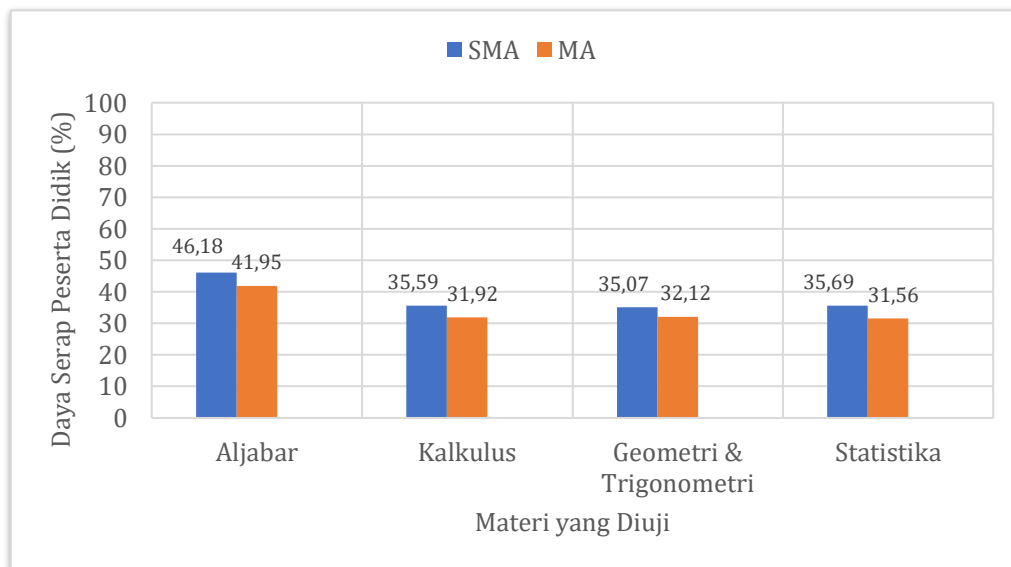


01 PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 Tentang Sistem pendidikan Nasional pasal 3 menjelaskan bahwa tujuan pendidikan nasional adalah untuk mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Tujuan pendidikan nasional tersebut dapat tercapai jika guru dapat melaksanakan tugas utamanya mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, melatih, menilai, dan mengevaluasi peserta didik dengan baik. Untuk itu, seorang guru perlu meningkatkan kompetensi dan kinerjanya secara bertahap, berjenjang, dan berkelanjutan melalui Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) guru. Strategi pelaksanaan PKB guru madrasah yang ditempuh oleh Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah adalah melalui kegiatan MGMP matematika. Tujuannya adalah untuk meningkatkan kompetensi pedagogis dan profesional sehingga dapat meningkatkan capaian hasil belajar peserta didik.

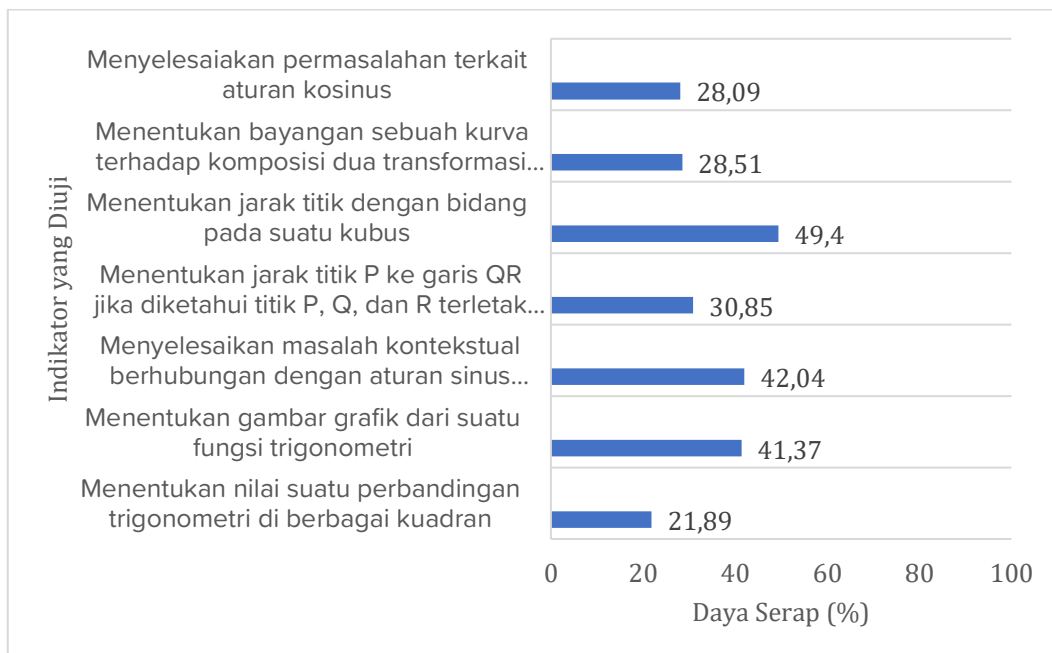
Hasil UN tahun 2019 menunjukkan bahwa daya serap peserta didik terhadap materi matematika pada Madrasah Aliyah (MA) lebih rendah dari Sekolah Menengah Atas (SMA). Oleh karena itu, Guru perlu mengaktifkan diri dalam kegiatan MGMP tersebut untuk membedah materi ajar, merancang pembelajaran yang bermakna bagi peserta didik, mengembangkan instrumen penilaian HOTS, serta melakukan refleksi guna perbaikan pembelajaran secara berkesinambungan sehingga guru mampu meningkatkan kompetensinya untuk membantu peserta didik dalam mencapai kompetensi dasar.



Gambar 1 Daya Serap Peserta Didik terhadap Mata Pelajaran Matematika pada Ujian Nasional 2019

Sumber : <https://hasilun.puspendik.kemdikbud.go.id/>

Aturan Sinus dan Kosinus merupakan materi yang dianggap sulit oleh peserta didik. Hasil Ujian Nasional tahun 2019 menunjukkan bahwa daya serap peserta didik terhadap materi tersebut hanya 28.09%. Oleh karena itu perlu disusun Unit Pembelajaran khusus yang membahas materi Aturan Sinus dan Kosinus pada program PKB ini.



Gambar 2 Daya Serap Peserta Didik terhadap Materi Geometri dan Trigonometri pada Ujian Nasional 2019

Sumber : <https://hasilun.puspendik.kemdikbud.go.id/>

Unit Pembelajaran ini diharapkan dapat menjadi salah satu sumber belajar bagi guru dalam PKB. Unit Pembelajaran ini dilengkapi dengan target kompetensi yang harus dimiliki guru untuk dapat melaksanakan pembelajaran yang baik guna mencapai kompetensi dasar peserta didik. Bahan bacaan disusun secara singkat dan padat sehingga diharapkan memudahkan guru dalam memahami konten dan menghindarkan dari kesalahan konsep. Materi ajar dihubungkan dengan dunia nyata serta integrasi nilai-nilai keislaman guna mendorong pembelajaran yang kontekstual sekaligus menanamkan nilai-nilai karakter peserta didik. Unit Pembelajaran juga dilengkapi contoh alternatif aktivitas pembelajaran, lembar kegiatan peserta didik (LKPD), contoh pengembangan soal guna memudahkan guru dalam merancang pembelajaran dan penilaian yang sesuai dengan daya dukung madrasah dan karakteristik peserta didik. Di akhir Unit Pembelajaran terdapat latihan tes formatif yang dapat dijadikan instrumen penilaian diri bagi guru sebelum melaksanakan Asesmen Kompetensi Guru (AKG) maupun bagi peserta didik dalam hal penguasaan materi.



B. Tujuan

Tujuan Unit Pembelajaran ini adalah:

1. Meningkatkan kompetensi pedagogis dan kompetensi profesional guru melalui kegiatan PKB di MGMP Matematika.
2. Meningkatkan hasil Asesmen Kompetensi Guru (AKG).
3. Memfasilitasi sumber belajar guru dalam mengembangkan kurikulum, mempersiapkan dan melaksanakan pembelajaran yang mendidik.
4. Meningkatkan hasil belajar peserta didik.

C. Manfaat

Manfaat yang ingin dicapai:

1. Sebagai sumber belajar bagi guru dalam melaksanakan PKB.
2. Sebagai referensi bagi guru dalam mengembangkan perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran yang mendidik.
3. Sebagai sarana bagi guru untuk melakukan asesmen mandiri guru dalam rangka peningkatan kompetensi pedagogis dan kompetensi professional.
4. Sebagai referensi bagi guru dalam mengembangkan instrument penilaian proses dan hasil belajar peserta didik.

D. Sasaran

Adapun sasaran modul ini adalah:

1. Fasilitator nasional, provinsi, dan kabupaten/kota
2. Pengawas Madrasah
3. Kepala Madrasah
4. Guru Matematika
5. Peserta didik.



E. Petunjuk Penggunaan

Sebelum Anda mempelajari dan mempraktikkan materi, bacalah dengan seksama petunjuk penggunaan Unit Pembelajaran ini. Laksanakan aktivitas PKB bersama dengan fasilitator dan teman sejawat di MGMP Matematika Anda dengan sungguh-sungguh agar Anda berhasil mencapai target kompetensi yang diinginkan. Secara umum, aktivitas yang harus Anda lakukan adalah sebagai berikut :

1. Pahami tujuan dan target kompetensi yang harus dicapai baik oleh diri Anda sendiri maupun oleh peserta didik.
2. Bacalah dengan cermat keseluruhan isi dari Unit Pembelajaran ini.
3. Bacalah sumber belajar lain terkait materi yang sedang dipelajari.
4. Aktivitas pembelajaran pada setiap Unit Pembelajaran dilakukan melalui moda Tatap Muka *In-On-In*. Ikutilah setiap aktivitas pembelajaran *In-On-In* sebagai berikut:

a. Kegiatan *In Service Learning 1 (In 1)*

Kegiatan ini dilakukan secara tatap muka dan untuk mengkaji materi bersama teman sejawat dan fasilitator dalam MGMP Matematika. Aktivitas yang dilakukan di antaranya :

- 1) Melakukan analisis kebutuhan guru baik dalam kompetensi pedagogis maupun kompetensi profesional.
- 2) Mengkaji materi bersama fasilitator dan teman sejawat serta mendiskusikan materi-materi esensial yang kemungkinan masih menimbulkan miskonsepsi di kalangan guru.
- 3) Mendemonstrasikan praktik baik pembelajaran yang pernah dilakukan oleh guru di madrasah masing-masing maupun yang dicontohkan dalam Unit Pembelajaran ini.



- 4) Mempelajari dan membuat Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD).
- 5) Mempersiapkan instrumen penilaian proses dan hasil belajar.
- 6) Pada tahap ini, dapat juga dilakukan rencana pengambilan data untuk dikembangkan menjadi Penelitian Tindakan Kelas.

b. Kegiatan *On The Job Learning*

Pada tahap ini, aktivitas yang Anda lakukan diantaranya:

- 1) Mengkaji kembali uraian materi secara mandiri.
- 2) mempraktikkan pembelajaran bersama peserta didik di madrasah masing-masing berdasarkan rancangan pembelajaran, LKPD, dan instrumen penilaian yang telah dipersiapkan pada kegiatan *in-1*.
- 3) Membuat catatan-catatan selama pelaksanaan pembelajaran sebagai bahan evaluasi, refleksi, atau sebagai data hasil PTK.
- 4) Membuat laporan pelaksanaan *on the job learning* dengan melampirkan bukti fisik dan dokumentasi kegiatan yang mendukung.

c. Kegiatan *In Service Learning 2 (In 2)*

Tahap ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat dengan aktivitas :

- 1) Melakukan presentasi laporan kegiatan *on the job learning*.
 - 2) Mengevaluasi dan merefleksi pelaksanaan *on the job learning* untuk perbaikan pelaksanaan pembelajaran berikutnya.
 - 3) Jika memiliki data-data hasil PTK dapat pula dijadikan sebagai bahan diskusi untuk dikembangkan menjadi laporan PTK.
5. Ujilah capaian kompetensi Anda dengan mengerjakan soal tes formatif.
 6. Lakukan penilaian mandiri sebagai refleksi pencapaian target kompetensi.



Gambar 3 Alur PKB melalui Tatap Muka In-On-In

Dalam melaksanakan setiap kegiatan pada Unit Pembelajaran ini, Anda harus mempertimbangkan prinsip kesetaraan dan inklusi sosial tanpa membedakan suku, ras, golongan, jenis kelamin, status sosial ekonomi, dan yang berkebutuhan khusus. Kesetaraan dan inklusi sosial ini juga diberlakukan bagi pendidik, tenaga kependidikan dan peserta didik



02 TARGET KOMPETENSI

A. Target Kompetensi Guru

Target kompetensi guru didasarkan pada Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 Tahun 2007 Tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru. Dalam Unit Pembelajaran ini, target kompetensi yang dituangkan hanya yang terkait kompetensi pedagogis dan kompetensi profesional.

1. Target Kompetensi Guru

Tabel 1 Target Kompetensi Guru

Ranah Kompetensi	Target Kompetensi Guru
Kompetensi Pedagogis	1. Menyusun rencana pembelajaran yang lengkap 2. Melaksanakan pembelajaran aturan sinus dan kosinus yang mengembangkan berpikir kritis dan kreatif 3. Mengevaluasi pelaksanaan pembelajaran dan hasil belajar peserta didik untuk berbagai tujuan
Kompetensi Profesional	Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan berkaitan aturan sinus dan kosinus

2. Indikator Pencapaian Kompetensi Guru

Tabel 2 Indikator Pencapaian Kompetensi Guru

Target Kompetensi	Indikator Pencapaian Kompetensi Guru
Menyusun rencana pembelajaran yang lengkap	1. Menjelaskan tujuan pembelajaran aturan sinus dan kosinus 2. Merancang sintak pembelajaran untuk memberi pengalaman belajar yang sesuai untuk mencapai tujuan pembelajaran 3. Membuat indikator dan instrumen penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar peserta didik.
Melaksanakan pembelajaran aturan sinus dan kosinus	1. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan pengungkit kasus pengerjaan siswa/guru



yang mengembangkan berfikir kritis dan kreatif	2. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan menyisipkan titik kritis yang sering terabaikan 3. Menggunakan media pembelajaran yang menuntut kekreatifan siswa/guru dalam penggunaan maupun pembuatannya
Mengevaluasi pelaksanaan pembelajaran dan penilaian hasil belajar peserta didik untuk berbagai tujuan	1. Menganalisis hasil belajar peserta didik untuk perbaikan pembelajaran dan/atau pengayaan
Menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan tentang komposisi transformasi	1. Menjelaskan aturan sinus dan kosinus 2. Mengidentifikasi titik-titik kritis terkait penyelesaian masalah aturan sinus dan kosinus 3. Memanfaatkan strategi dalam menyelesaikan masalah aturan sinus dan kosinus

B. Target Kompetensi Peserta Didik

Target kompetensi peserta didik dalam Unit Pembelajaran ini dikembangkan berdasarkan Kompetensi Dasar kelas X semester 2 (Dua) sesuai dengan permendikbud nomor 37 tahun 2018 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran Kurikulum 2013 Pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah sebagai berikut:

1. Kompetensi Dasar

Tabel 3 Target Kompetensi Dasar Peserta Didik

No.	Kompetensi Dasar	Target Kompetensi Dasar
3. 9	Menjelaskan aturan sinus dan kosinus	Mampu menjelaskan aturan sinus dan kosinus
4. 9	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan kosinus	Mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan kosinus



2. Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik (IPK)

Kompetensi dasar dikembangkan menjadi beberapa indikator pencapaian kompetensi sebagai acuan bagi guru untuk mengukur pencapaian kompetensi dasar. Dalam rangka memudahkan guru menentukan indikator yang sesuai dengan tuntutan kompetensi dasar, indikator dibagi menjadi tiga kategori, yaitu indikator pendukung, indikator kunci, dan indikator pengayaan sebagai berikut:

Tabel 4 Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.9 Menjelaskan aturan sinus dan kosinus	IPK Pendukung: 3.9.1 Menjelaskan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan dan cotangen) pada segitiga siku-siku
	IPK Inti: 3.9.2 Menjelaskan konsep aturan sinus 3.9.3 Menjelaskan konsep aturan kosinus 3.9.4 Mengklasifikasi aturan sinus dan kosinus pada segitiga sembarang
	IPK Pengayaan: 3.9.5 Menentukan luas segitiga sembarang menggunakan konsep aturan sinus dan kosinus
4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan kosinus	IPK Pendukung: 4.9.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan dan cotangen) pada segitiga siku-siku
	IPK Inti: 4.9.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus 4.9.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan kosinus
	IPK Pengayaan: 4.9.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas segitiga sembarang



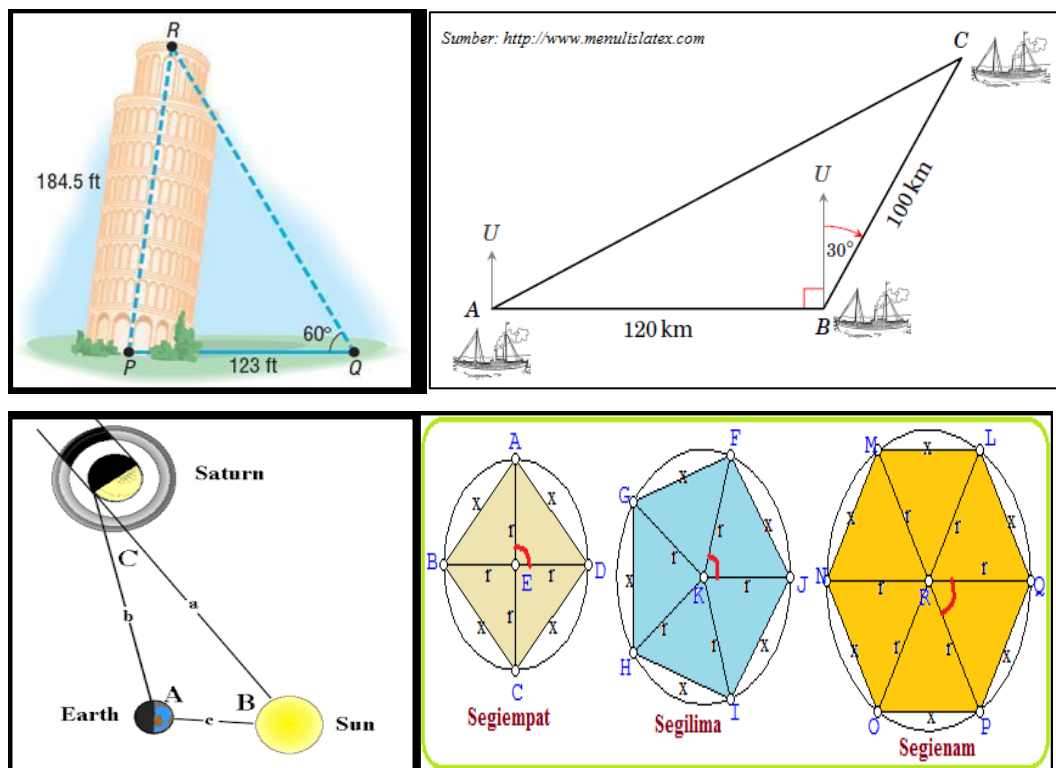
03 MATERI PEMBELAJARAN

A. Ruang Lingkup Materi

Ruang lingkup materi aturan sinus dan kosinus di Madrasah Aliyah meliputi:

1. Menjelaskan konsep aturan sinus
2. Menjelaskan konsep aturan kosinus
3. Menentukan luas segitiga sembarang menggunakan konsep aturan sinus dan kosinus
4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus
5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan kosinus
6. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas segitiga sembarang

B. Aplikasi dalam Kehidupan



Gambar 4 Aturan Sinus dan Kosinus dalam Kehidupan Sehari-hari

Sumber : www.google.com



Perhatikan gambar di atas, pada gambar 1) menara Pisa di Italia merupakan salah satu objek yang tidak tegak lurus dengan tanah. Menara Pisa menyimpang sebesar $5,5^0$ dari yang seharusnya tegak lurus dengan tanah. Nah, jika menentukan tinggi bangunan yang tegak lurus dengan tanah, kita dapat menggunakan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku tetapi tidak dengan menara Pisa, untuk menentukan tingginya kita dapat menggunakan aturan sinus.

Pada gambar 2) dalam hal navigasi aturan sinus dan kosinus merupakan hal yang penting. Untuk penentuan jarak kapal ataupun pesawat terhadap titik acuan sangatlah penting. Pada gambar 3) bidang astronomi juga tidak bisa lepas dari aturan sinus dan kosinus, bagaimana menentukan jarak-jarak antar planet ataupun jarak-jarak benda ruang angkasa lainnya yang jelas tidak bisa kita ukur secara langsung.

Pada gambar 4) aturan sinus dan kosinus dapat dikembangkan untuk menyelesaikan masalah matematika lainnya, salah satunya menentukan luas segitiga sembarang. Luas segitiga juga berimbas untuk menentukan luas permukaan benda segi-n beraturan. Tentu banyak permukaan benda dalam kehidupan sehari-hari yang berbentuk segi-n beraturan. Penentuan luas segi-n beraturan akan berguna untuk menentukan kecukupan bahan baku, perkiraan keuntungan dan dalam berbagai bidang lainnya.

C. Integrasi Keislaman

Sebagaimana kita ketahui bahwa kiblat umat islam adalah ka'bah di kota Makkah. Penentuan arah kiblat merupakan hal yang sangat penting dan diperlukan ketelitian yang sangat tinggi. Kesalahan sebesar 1^0 saja dari arah yang sebenarnya untuk suatu tempat yang jaraknya seribu kilometer dari kota Mekah akan melenceng jauh dari arah sebenarnya, hal ini tentu tidak boleh dibiarkan terjadi. Seperti yang tersurat pada surah Al Baqarah ayat 149 :



وَمِنْ حَيْثُ خَرَجْتَ فَوَلِّ وَجْهَكَ شَطْرَ الْمَسْجِدِ الْحَرَامِ وَإِنَّهُ لَلْحَقُّ مِنْ رَبِّكَ وَمَا اللَّهُ بِغَفِلٍ عَمَّا تَعْمَلُونَ

Artinya :

“Dan dari mana saja kamu keluar (datang), maka palingkanlah wajahmu ke arah Masjidil Haram, sesungguhnya ketentuan itu benar-benar sesuatu yang hak dari Tuhanmu. Dan Allah sekali-kali tidak lengah dari apa yang kamu kerjakan.” [Q.S. Al-Baqarah:149]

Selain ayat di atas Rasulullah SAW juga bersabda:

لما دخل النبي صلى الله عليه وسلم البيت دعا في نواحيه كلها ولم يصل حتى خرج منه فلما خرج

ركع ركعتين في قبل الكعبة وقال : " هذه القبلة

“Bahwa sesungguhnya Nabi SAW ketika masuk ke Baitullah beliau berdoa di sudut-sudutnya, dan tidak shalat di dalamnya sampai beliau keluar. Kemudian setelah keluar beliau shalat dua rakaat di depan Ka’bah, lalu berkata “inilah kiblat”. (HR. Muslim dari Usamah bin Zaid).

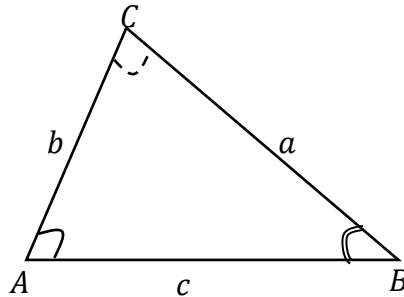
Penentuan arah kiblat yang menggunakan teori trigonometri bola (*spherical trigonometry*) telah diamati oleh beberapa peneliti. Rumus yang digunakan pada teori trigonometri bola dalam menentukan arah kiblat adalah rumus ilmu ukur segitiga bola dengan memodelkan bumi berbentuk bola. Salah satu titik sudut segitiga bola ini adalah lokasi kota Mekah, titik sudut yang kedua adalah kutub utara dan titik sudut yang ketiga adalah lokasi tempat yang hendak ditentukan arah kiblatnya.



D. Bahan Bacaan

1. Bahan Bacaan 1: Aturan Sinus

Perhatikan Gambar 5 berikut :

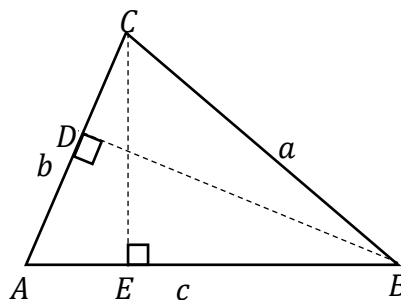


Gambar 5 Segitiga ABC

Jika a, b dan c masing-masing menyatakan panjang sisi segitiga sembarang ABC , maka berlaku rumus yang disebut aturan sinus.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Bukti :



Gambar 6 Segitiga ABC

Perhatikan $\triangle AEC$

$$\sin A = \frac{CE}{AC} \text{ atau } CE = AC \times \sin A \leftrightarrow CE = b \sin A \quad \dots (1)$$

Dalam $\triangle BEC$

$$\sin B = \frac{CE}{BC} \text{ atau } CE = BC \times \sin B \leftrightarrow CE = a \sin B \quad \dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) diperoleh :



$b \sin A = a \sin B$, sehingga :

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \quad \dots (3)$$

Perhatikan $\triangle ABD$

$$\sin A = \frac{BD}{AB} \text{ atau } BD = AB \times \sin A \leftrightarrow BD = c \sin A \quad \dots (4)$$

Dalam $\triangle CBD$

$$\sin C = \frac{BD}{BC} \text{ atau } BD = BC \times \sin C \leftrightarrow CE = a \sin C \quad \dots (5)$$

Berdasarkan persamaan (4) dan (5) diperoleh :

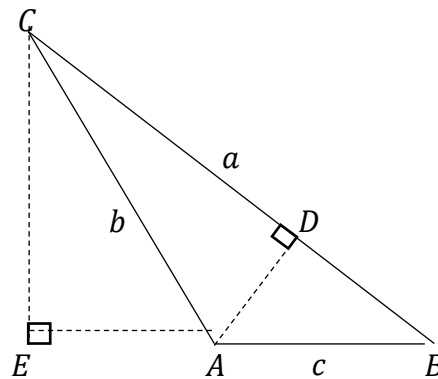
$c \sin A = a \sin C$, sehingga :

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \quad \dots (6)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (6), diperoleh :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan Sinus untuk segitiga tumpul :



Gambar 7 Segitiga Tumpul ABC

Perhatikan $\triangle BEC$

$$\sin B = \frac{CE}{BC} \text{ atau } CE = BC \times \sin B \leftrightarrow CE = a \sin B \quad \dots (1)$$

Perhatikan $\triangle AEC$

$$\sin \angle CAE = \frac{CE}{AC} \text{ atau } CE = AC \times \sin \angle CAE \quad \dots (2)$$

$$\angle CAE = 180^\circ - \angle A$$

$$\sin \angle CAE = \sin(180^\circ - \angle A)$$



$$\sin \angle CAE = \sin A$$

Sehingga :

$$CE = b \sin A \quad \dots (3)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (3) diperoleh :

$$a \sin B = b \sin A \Leftrightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad \dots (4)$$

Perhatikan $\triangle BDA$

$$\sin B = \frac{AD}{AB} \text{ atau } AD = AB \times \sin B \Leftrightarrow AD = c \sin B \quad \dots (5)$$

Perhatikan $\triangle CDA$

$$\sin C = \frac{AD}{AC} \text{ atau } AD = AC \times \sin C \Leftrightarrow AD = b \sin C \quad \dots (6)$$

Berdasarkan persamaan (5) dan (6) diperoleh :

$$c \sin B = b \sin C \Leftrightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \dots (7)$$

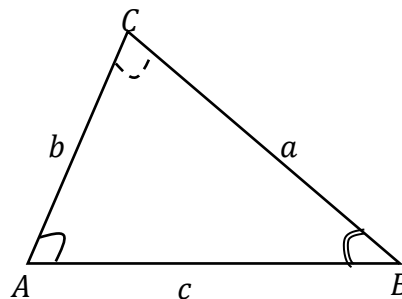
Dari persamaan (4) dan (7) maka diperoleh :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Pembuktian aturan sinus dapat dilakukan dengan berbagai cara. Cara lain pembuktiannya salah satunya versi Ptolemaeus. Untuk pembuktian versi Ptolemaeus, Anda dapat mengeksplorasi lebih dalam salah satunya melalui link <https://www.geogebra.org/m/GQMTtf5b>.

2. Bahan Bacaan 2 : Aturan Kosinus

Perhatikan Gambar 8 berikut :



Gambar 8 Segitiga ABC



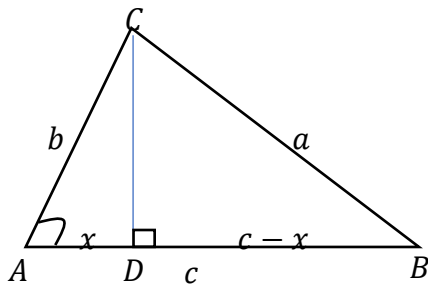
Jika a, b dan c masing-masing menyatakan panjang sisi segitiga sembarang ABC , maka berlaku rumus yang disebut aturan kosinus.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

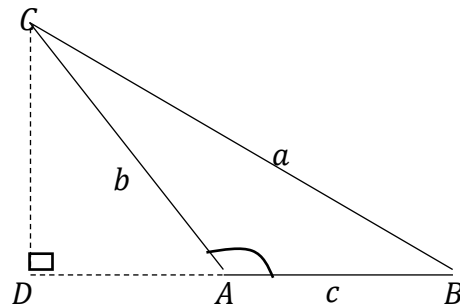
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Bukti:



Gambar 9 Segitiga ABC



Gambar 10 Segitiga ABC

Misalkan $AD = x$, maka $BD = c - x$

Pada $\triangle ADC$:

$$CD^2 = b^2 - x^2 \quad \dots (1)$$

Pada $\triangle BDC$:

$$CD^2 = a^2 - (c - x)^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2 \quad \dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), diperoleh :

$$b^2 - x^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2$$

$$b^2 = a^2 - c^2 + 2cx$$

atau

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cx \quad \dots (3)$$

Pada $\triangle ADC$:

$$\cos A = \frac{x}{b} \Leftrightarrow x = b \cos A \quad \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4), maka diperoleh :



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Dengan cara yang sama dapat kita buktikan pula bahwa :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

dan

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Adapun, aturan kosinus di atas berlaku juga untuk segitiga tumpul seperti pada gambar 10.

Sama halnya dengan aturan sinus, banyak cara dalam membuktikan aturan kosinus. Untuk mengeksplorasi lebih dalam pembuktian aturan kosinus, Anda dapat mencoba link <https://www.geogebra.org/m/rnaatu5t> .



04 KEGIATAN PEMBELAJARAN

A. Organisasi Pembelajaran

Guna memudahkan guru dalam mempelajari Unit Pembelajaran ini, kita akan membaginya menjadi dua topik bahasan dengan alokasi waktu sebagai berikut :

Tabel 5 Organisasi Pembelajaran

Topik	Materi	Jumlah JP		
		In - 1	On	In - 2
1	Aturan Sinus	6	2	4
2	Aturan Kosinus		2	
Total Jam Pembelajaran PKB		6	4	4
		14		

B. Perangkat dan Media Pembelajaran

Sebelum mempelajari atau mempraktikkan materi dalam Unit Pembelajaran ini, ada beberapa perangkat pembelajaran, alat dan bahan yang harus disiapkan oleh guru dan peserta didik agar proses pembelajaran berjalan dengan baik.

1. Perangkat Pembelajaran, Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh guru

- Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)
- Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)
- Bahan Ajar
- Media Pembelajaran
- Instrumen Penilaian

2. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh peserta didik

- Buku paket/Buku referensi
- Kertas petak
- Alat tulis lengkap



C. Aktivitas Pembelajaran

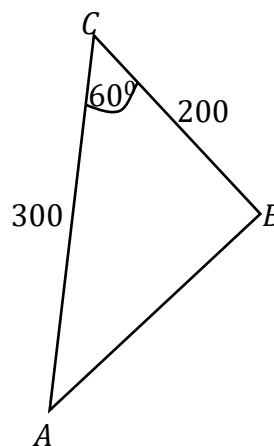
1. Kegiatan *In Learning Service-1* (6 JP)

Aktivitas ini dilakukan secara tatap muka bersama dengan teman sejawat yang dipandu fasilitator untuk mengkaji materi dan melakukan kegiatan yang telah dirancang dalam unit pembelajaran.

Aktivitas 1 :

Perhatikan permasalahan berikut :

- 1) Perhatikan segitiga di bawah ini!



Gambar 11 Segitiga ABC

Tentukanlah panjang AB !

- 2) Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A menuju ke pelabuhan B dengan jurusan tiga angka 020^0 . Kemudian, dari pelabuhan B kapal berlayar menuju pelabuhan C yang berjarak 200 km dengan arah jurusan tiga angka 140^0 . Jika jarak pelabuhan A ke pelabuhan B adalah 300 km, jarak pelabuhan A ke pelabuhan C adalah ...

Permasalahan di atas mempunyai solusi yang sama. Namun, mengapa? Untuk permasalahan 1 peserta didik dapat menentukan panjang AB menggunakan aturan kosinus tetapi tidak bisa menyelesaikan permasalahan 2.

- a. Coba diskusikan dengan teman sejawat bagian manakah yang menjadi kelemahan peserta didik!



- b. Bertukar pengalaman mengenai kesulitan pada pembelajaran aturan sinus dan kosinus di madrasah masing-masing!
- c. Bagaimana solusinya sehingga peserta didik mampu menyelesaikan permasalahan tersebut?

Aktivitas 2 :

Diskusikan dan rancanglah LKPD aturan sinus dengan model pembelajaran *Problem Based Learning* sehingga peserta didik lebih memaknai proses belajarnya!

Aktivitas 3 :

Diskusikan dan rancanglah LKPD aturan kosinus dengan model pembelajaran *Problem Based Learning* sehingga peserta didik lebih memaknai proses belajarnya!

Aktivitas 4 :

Diskusikan dengan teman sejawat, penurunan rumus luas segitiga sembarang, untuk kondisi :

- a. Diketahui satu sudut dan dua sisi apitnya
- b. Diketahui ketiga panjang sisinya
- c. Rancanglah LKPD dengan model pembelajaran *Discovery Learning* sehingga peserta didik menemukan sendiri rumus luas segitiga sembarang!

Aktivitas 5 :

- a. Diskusikan dengan teman sejawat tentang penurunan rumus luas segi-n beraturan!
- b. Rancanglah LKPD dengan model pembelajaran *Discovery Learning* sehingga peserta didik menemukan sendiri rumus luas segi-n beraturan!



Aktivitas 6 :

Telaah dan diskusikan dengan teman sejawat soal-soal Ujian Nasional dan SBMPTN terkait tentang aturan sinus dan kosinus!

1) Contoh Soal Ujian Nasional 2016

Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan A pada pukul 07.00 dengan arah 030° dan tiba dipelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 12.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150° dan tiba dipelabuhan C pukul 20.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam. Jarak tempuh kapal dari pelabuhan C ke pelabuhan A adalah ...

- A. $200\sqrt{2}$ mil
- B. $200\sqrt{3}$ mil
- C. $200\sqrt{6}$ mil
- D. $200\sqrt{7}$ mil
- E. 600 mil

2) Contoh Soal Ujian Nasional 2017

Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B dengan jurusan tiga angka 120° sejauh 40 km, kemudian berlayar menuju pelabuhan C dengan jurusan tiga angka 240° sejauh 80 km. Jarak antara pelabuhan C dan A adalah ...

- 1. $20\sqrt{3}$ km
- 2. 40 km
- 3. $40\sqrt{3}$ km
- 4. $40\sqrt{5}$ km
- 5. $40\sqrt{7}$ km

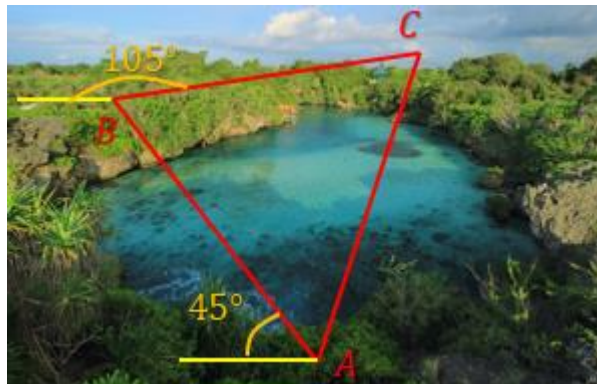


3) Contoh Soal Ujian Nasional 2018

Diketahui suatu taman di tengah kota berbentuk segitiga sembarang. Jika sudut apit 60° dan dua sisi yang mengapitnya masing-masing panjangnya 18 m dan 16 m, maka luas taman tersebut adalah ...

- A. 72 m^2
- B. $72\sqrt{2} \text{ m}^2$
- C. $72\sqrt{3} \text{ m}^2$
- D. 144 m^2
- E. $144\sqrt{3} \text{ m}^2$

4) Contoh Soal Ujian Nasional 2019



Gambar 12 Danau Tanralili

Sumber : www.google.com

Tiga orang petugas dinas lingkungan hidup akan mengukur panjang Danau Tanralili di Kabupaten Goa. Orang pertama ada di titik A, orang kedua berada di titik B, dan orang ketiga berada di titik C. Ketiga petugas tersebut mengukur panjang Danau Tanralili dengan bantuan drone. Dari titik A orang pertama menerbangkan drone dengan jurusan tiga angka 045° ke titik B dan tercatat drone terbang selama 15 menit dengan kecepatan 1,2 km/jam. Kemudian dari titik B orang kedua menerbangkan drone dengan jurusan tiga angka 105° ke titik C dan tercatat drone terbang selama 20 menit dengan kecepatan 1,2 km/jam. Jika p adalah jarak titik A ke titik C atau panjang danau tanralili dalam meter, nilai $p^2 = \dots$



5) Contoh Soal SBMPTN 2008

Jika $BC = 16$, $AC = 10$, dan luas $\triangle ABC = 40\sqrt{3}$, maka $AB = \dots$

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14
- E. 15

6) Contoh Soal SBMPTN 2008

Diketahui segitiga ABC dengan $AB = 1 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, dan $AC = k \text{ cm}$.

Jika α adalah sudut ACB , maka nilai-nilai k yang memenuhi $\cos \alpha < \frac{7}{8}$ adalah

....

- A. $\frac{3}{2} < k < 2$
- B. $\frac{3}{2} < k < 2$ atau $k < 0$
- C. $\frac{1}{2} < k < 1$
- D. $\frac{1}{2} < k < 1$ atau $k < 0$
- E. $0 < k < \frac{3}{2}$

7) Contoh Soal SBMPTN 2016

Segitiga ABD siku-siku di B . Titik C pada BD sehingga $CD = 3$ dan $BC = 2$.

Jika $AB = 1$ dan $\angle CAD = \beta$, maka $\sin^2 \beta = \dots$

- A. $\frac{25}{26}$
- B. $\frac{4}{5}$
- C. $\frac{31}{175}$
- D. $\frac{9}{130}$
- E. $\frac{5}{201}$



Aktivitas 7 :

Rancanglah bersama teman sejawat soal-soal HOTS mengenai masalah kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus dan kosinus!

Aktivitas 8 :

Rancanglah kegiatan pembelajaran untuk digunakan dalam kegiatan *On Job Learning* (OJL) di madrasah Anda. Upayakan kegiatan pembelajaran mengakomodir kecakapan abad-21 yaitu *critical thinking*, *creativity*, *colaboration*, *communication* (4C).

Tabel 6 Rancangan Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Kegiatan Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan		
Kegiatan Inti		
Penutup		

2. Kegiatan *On Job Learning* (4 JP)

Pada kegiatan ini, setiap guru mempraktikkan pembelajaran terhadap peserta didik di madrasah masing-masing sesuai dengan perangkat pembelajaran yang telah dibuat atau disempurnakan pada saat kegiatan *In-1*. Agar pelaksanaan pembelajaran terekam dengan baik, lakukan pencatatan pelaksanaan pembelajaran dalam kolom seperti berikut ini:

Tabel 7 Pencatatan Pelaksanaan Pembelajaran

No.	Kegiatan Guru	Kegiatan Peserta Didik (Yang Diharapkan)	Fakta yang Terjadi	Refleksi dan Tindak Lanjut
1.				
2.				
3.				
dst.				



3. Kegiatan *In Learning Service-2* (2 JP)

Kegiatan ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat untuk melaporkan, mendiskusikan, dan merefleksi hasil kegiatan *On Job Learning*. Diskusikan hambatan pelaksanaan pembelajaran Anda dan lakukan pembahasan tindak lanjut bersama teman sejawat untuk mendapatkan pemecahan masalah guna perbaikan pembelajaran yang akan datang. Anda dapat menggunakan format berikut.

Tabel 8 Format Kegiatan Tindak Lanjut Pembelajaran

No.	Aktivitas Peserta Didik	Aktivitas Guru	Pembahasan Tindak Lanjut
1.			
2.			
3.			
dst			

D. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Bagian ini menampilkan contoh LKPD yang dapat digunakan untuk memandu peserta didik dalam mencapai tujuan pembelajaran. Anda dapat mengembangkan LKPD yang lain sesuai dengan rancangan pembelajaran yang akan Anda lakukan, atau Anda dapat menyempurnakan LKPD dalam Unit Pembelajaran ini sehingga sesuai dengan rancangan pembelajaran Anda.



1. Contoh LKPD 1

Nama Peserta didik : 1.....
2.....
3.....
4.....
Kelas :
Hari/tanggal :

Tujuan Pembelajaran:

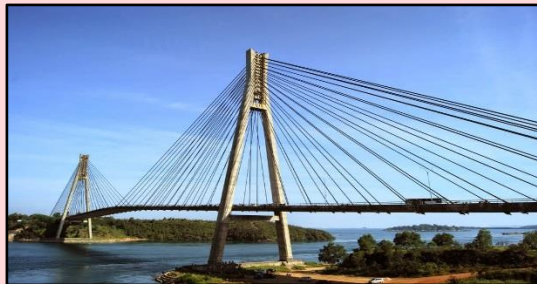
Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat:

1. Menjelaskan aturan sinus
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus

Petunjuk Penggunaan LKPD:

1. Cermati setiap langkah yang terdapat dalam LKPD berikut dengan seksama.
2. Lakukan kegiatan sesuai dengan langkah yang ada dan isilah jawabanmu pada kolom (tempat) yang telah disediakan.
3. Diskusikan dengan teman sekelompokmu. Jika belum mengerti, bertanyalah kepada guru.
4. Waktu pengerjaan LKPD adalah 40 menit.

Ayo Mengamati!



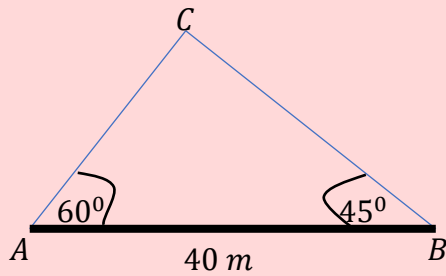
Gambar 13 Jembatan Bareleng

Sumber : www.google.com

Jembatan Bareleng berada di Batam, Kepulauan Riau. Untuk membangun struktur jembatan seperti itu tentu diperlukan perhitungan yang penuh ketelitian. Masing-masing tali terhubung ke puncak jembatan sehingga berbentuk segitiga. Perhitungan untuk pembangunan jembatan tersebut salah satunya menggunakan aturan sinus.

Sekarang ayo amati permasalahan berikut.

Jika diambil salah satu bagian dari jembatan tersebut, akan tergambar struktur seperti berikut.



Diketahui AC dan BC merupakan tali penghubung ke puncak jembatan, dan AB adalah jarak dua buah pangkal tali di jalan. Sekarang coba bantu arsitek untuk menentukan panjang tali yang dibutuhkan untuk membangun strustur seperti gambar tersebut!

Ayo Menanya!

Setelah mengamati masalah di atas, jawablah pertanyaan berikut!

1. Tuliskan semua yang kamu ketahui dari gambar segitiga pada permasalahan di atas!

Jawab :

2. Bagaimana cara kita menentukan besar sudut dan panjang sisi yang lainnya? Rumus apakah yang dapat kita gunakan? Bagaimana langkah-langkahnya?

Jawab :

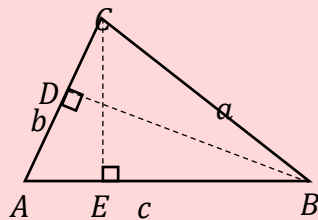
Ayo Tulis Jawaban Sementara!

Nah menurut kamu, apakah teorema Pythagoras dapat digunakan untuk menentukan panjang sisi yang belum diketahui pada segitiga ABC dari permasalahan di atas? Mengapa?



Ayo Mengumpulkan Data!

Untuk melihat apakah jawaban sementara yang telah kamu tulis benar atau tidak, ayo kita pelajari terlebih dahulu.



Perhatikan $\triangle AEC$

$$\sin A = \frac{CE}{b} \text{ atau } CE = b \times \sin A \leftrightarrow CE = b \sin A \quad \dots (1)$$

Dalam $\triangle BEC$

$$\sin B = \frac{CE}{a} \text{ atau } CE = a \times \sin B \leftrightarrow CE = a \sin B \quad \dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) diperoleh :

$$b \sin A = a \sin B, \text{ kedua ruas dibagi } \sin A \sin B$$

$$\frac{b \sin A}{\sin A \sin B} = \frac{a \sin B}{\sin A \sin B}$$

maka :

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \quad \dots (3)$$

Perhatikan $\triangle ABD$

$$\sin A = \frac{BD}{c} \text{ atau } BD = c \times \sin A \leftrightarrow BD = c \sin A \quad \dots (4)$$

Dalam $\triangle CBD$

$$\sin C = \frac{BD}{a} \text{ atau } BD = a \times \sin C \leftrightarrow BD = a \sin C \quad \dots (5)$$

Berdasarkan persamaan (4) dan (5) diperoleh :

$$c \sin A = a \sin C, \text{ kedua ruas dibagi } \sin A \sin C$$



$$\frac{... \sin A}{\sin A \sin C} = \frac{... \sin C}{\sin A \sin C}$$

maka :

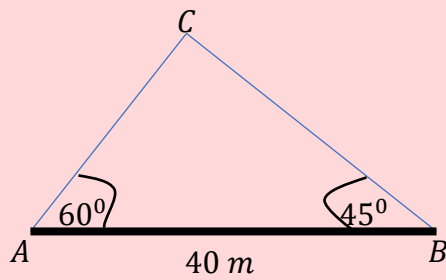
$$\frac{...}{\sin C} = \frac{...}{\sin A} \quad \dots (6)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (6), diperoleh :

$$\frac{...}{\sin A} = \frac{...}{\sin B} = \frac{...}{\sin C}$$

Ayo Menalar!

Bagaimana? Kamu berhasil menemukan **aturan sinus**, kan? Sekarang selesaikan permasalahan berikut! Tentukan panjang-panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui!



Jawab :

(Diketahui nilai $\sin 75^\circ = 0,9659$)

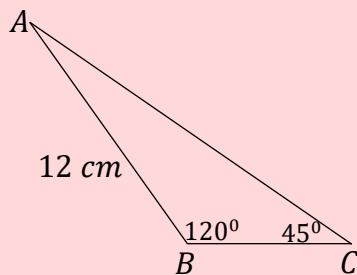
Ayo Menyimpulkan!

Nah, setelah melakukan pembelajaran tentang aturan sinus, Apa yang dapat Kamu simpulkan?



Ayo Berlatih!

1. Perhatikan gambar berikut!



Panjang $AC = \dots$

- A. $24\sqrt{6} \text{ cm}$
 - B. $24\sqrt{2} \text{ cm}$
 - C. $12\sqrt{6} \text{ cm}$
 - D. $12\sqrt{2} \text{ cm}$
 - E. $6\sqrt{6} \text{ cm}$
2. Diketahui segitiga lancip PQR dengan panjang $QR = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, panjang $PR = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, dan besar $\angle QPR = 60^\circ$. Selisih besar $\angle QPR$ dan $\angle PQR$ adalah ...
- A. 15°
 - B. 25°
 - C. 30°
 - D. 45°
 - E. 60°
3. Diketahui segitiga ABC dengan besar $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Jika $a \times b = 36\sqrt{2} \text{ cm}$, panjang sisi b adalah ...
- A. 6 cm
 - B. $6\sqrt{2} \text{ cm}$



- C. 12 cm
- D. $12\sqrt{2}\text{ cm}$
- E. 18 cm

2. Contoh LKPD 2

Nama Peserta didik : 1.....
2.....
3.....
4.....
Kelas :
Hari/tanggal :

Tujuan Pembelajaran:

Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat:

1. Menjelaskan aturan kosinus
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan kosinus

Petunjuk Penggunaan LKPD:

1. Cermati setiap langkah yang terdapat dalam LKPD berikut dengan seksama.
2. Lakukan kegiatan sesuai dengan langkah yang ada dan isilah jawabanmu pada kolom (tempat) yang telah disediakan.
3. Diskusikan dengan teman sekelompokmu. Jika belum mengerti, bertanyalah kepada guru.
4. Waktu pengerjaan LKPD adalah 40 menit.

Ayo Mengamati!



Gambar 14 Olahraga Bersepeda

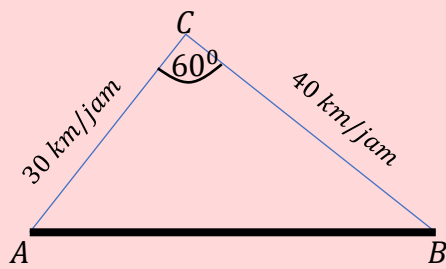
Sumber : www.google.com



Bersepeda atau yang dikenal dengan istilah gowes merupakan olahraga yang sedang digandrungi semua kalangan saat ini. Mulai dari kalangan orang dewasa hingga anak-anak, berlomba menggayuh sepedanya melintasi jalan-jalan. Nah, dalam kegiatan ini ada penerapan aturan kosinus di dalamnya. Apakah Kamu tidak percaya?

Sekarang ayo amati permasalahan berikut.

Pesepeda A dan B mulanya memulai start di tempat yang sama yaitu titik C. Mereka ingin merasakan jalur yang berbeda sehingga A dan B berangkat melalui jalur yang berbeda sedemikian sehingga jalur mereka membentuk sudut 60° . Jika A mengendarai sepeda dengan kecepatan 30 km/jam dan B dengan kecepatan 40 km/jam. Tentukan jarak A dan B setelah mengendarai sepeda selama 30 menit pertama!



Ayo Menanya!

Setelah mengamati masalah di atas, jawablah pertanyaan berikut!

1. Tuliskan semua yang kamu ketahui dari gambar segitiga pada permasalahan di atas!

Jawab :

2. Bagaimana cara kita menentukan panjang sisi AB? Rumus apakah yang dapat kita gunakan? Bagaimana langkah-langkahnya?

Jawab :

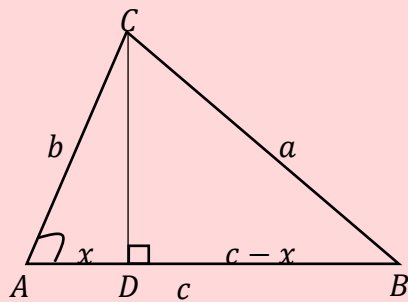


Ayo Tulis Jawaban Sementara!

Nah menurut kamu, apakah aturan sinus dapat digunakan untuk menentukan panjang sisi yang belum diketahui pada segitiga ABC dari permasalahan di atas? Mengapa?

Ayo Mengumpulkan Data!

Untuk melihat apakah jawaban sementara yang telah kamu tulis benar atau tidak, ayo kita pelajari terlebih dahulu.



Misalkan $AD = x$, maka $BD = c - x$

Pada $\triangle ADC$:

$$CD^2 = \dots^2 - \dots^2 \quad (\text{teorema Pythagoras}) \quad \dots (1)$$

Pada $\triangle BDC$:

$$CD^2 = \dots^2 - (\dots)^2 = \dots^2 - \dots^2 + 2 \dots - \dots^2 \quad \dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), diperoleh :

$$\begin{aligned} \dots^2 - \dots^2 &= \dots^2 - \dots^2 + 2 \dots - \dots^2 \\ b^2 &= \dots^2 - \dots^2 + 2 \dots \end{aligned}$$

atau

$$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots \quad \dots (3)$$



Pada $\triangle ADC$:

$$\cos A = \frac{b}{c} \leftrightarrow x = \dots \cos A \quad \dots (4)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4), maka diperoleh :

$$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots \dots \cos \dots$$

Dengan cara yang sama dapat kita buktikan pula bahwa :

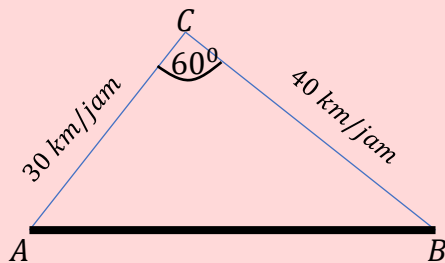
$$b^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots \dots \cos \dots$$

dan

$$c^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots \dots \cos \dots$$

Ayo Menalar!

Bagaimana? Kamu berhasil menemukan **aturan kosinus**, kan? Sekarang selesaikan permasalahan berikut! Tentukan panjang-panjang sisi AB yang belum diketahui!



Jawab :

(Ingat rumus kecepatan : $v = \frac{s}{t}$)



Ayo Menyimpulkan!

Nah, setelah melakukan pembelajaran tentang aturan kosinus, Apa yang dapat Kamu simpulkan?

Ayo Berlatih!

1. Tiga orang berada di tempat A, B , dan C di suatu tanah lapang, sedemikian hingga $\angle BAC = 45^\circ$ dan $\angle ABC = 60^\circ$. Orang pertama yang berada di A bergerak menuju C dengan kecepatan 12 km/jam, sedangkan orang kedua berada di B bergerak ke C . Orang pertama dan orang kedua bergerak pada saat yang sama dan sampai di C pada saat bersamaan pula. Kecepatan orang kedua yang bergerak dari B ke C adalah ...

- A. $4\sqrt{2}$ km/jam
- B. $4\sqrt{3}$ km/jam
- C. $4\sqrt{6}$ km/jam
- D. $6\sqrt{2}$ km/jam

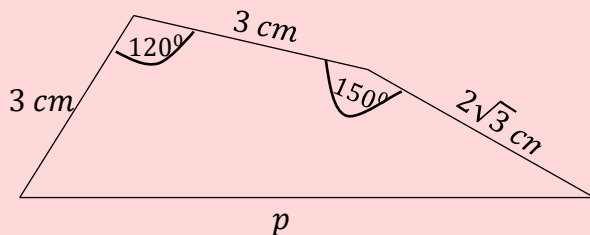


E. $6\sqrt{3}$ km/jam

2. Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan A pada pukul 07.00 dengan arah 030° dan tiba di pelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 12.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150° dan tiba di pelabuhan C pukul 20.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam. Jarak tempuh kapal dari pelabuhan C ke pelabuhan A adalah ...

- A. $200\sqrt{2}$ mil
B. $200\sqrt{3}$ mil
C. $200\sqrt{6}$ mil
D. $200\sqrt{7}$ mil
E. 600 mil

3. Perhatikan gambar berikut.



Panjang sisi p adalah ...

- A. $\sqrt{21}$ cm
B. $\sqrt{47}$ cm
C. $\sqrt{49}$ cm
D. $\sqrt{51}$ cm
E. $\sqrt{57}$ cm



E. Pengembangan Penilaian

Bagian ini menyajikan contoh kisi-kisi pengembangan penilaian HOTS sesuai dengan kompetensi, lingkup materi, dan indikator soal. Selanjutnya buatlah kisi-kisi yang lain dan kembangkan menjadi instrumen penilaian dari kisi tersebut dalam aktivitas *In Learning Service-1*.

KISI-KISI UJIAN SOAL HOTS

Nama Madrasah : Madrasah Aliyah

Mata Pelajaran : Matematika

Alokasi Waktu : 20 menit

Jumlah Soal : 2

Tahun Pelajaran : 2020/2021

Tabel 9 Kisi-Kisi Pengembangan Soal HOTS

Kompetensi Dasar	Lingkup Materi	Indikator KD	Indikator Soal	No. Soal	Level Kognitif	Bentuk soal
3.9 Menjelaskan aturan sinus dan kosinus	Aturan Sinus	Menjelaskan aturan sinus	Diberikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus, peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan tersebut	1	L3	Uraian
3.9 Menjelaskan aturan sinus dan kosinus	Aturan Kosinus	Menjelaskan aturan kosinus	Diberikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus, peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan tersebut	1	L3	Uraian



05 PENILAIAN



Tes Formatif

A. Tes Formatif

Pilihlah jawaban yang paling tepat!

1. Tiga orang berada di tempat A, B , dan C di suatu tanah lapang, sedemikian hingga $\angle BAC = 45^\circ$ dan $\angle ABC = 60^\circ$. Orang pertama yang berada di A bergerak menuju C dengan kecepatan 12 km/jam, sedangkan orang kedua berada di B bergerak ke C . Orang pertama dan orang kedua bergerak pada saat yang sama dan sampai di C pada saat bersamaan pula. Kecepatan orang kedua yang bergerak dari B ke C adalah ...
 - A. $4\sqrt{2}$ km/jam
 - B. $4\sqrt{3}$ km/jam
 - C. $4\sqrt{6}$ km/jam
 - D. $6\sqrt{2}$ km/jam
 - E. $6\sqrt{3}$ km/jam
2. Sebuah kapal mulai bergerak dari pelabuhan A pada pukul 07.00 dengan arah 030° dan tiba dipelabuhan B setelah 4 jam bergerak. Pukul 12.00 kapal bergerak kembali dari pelabuhan B menuju pelabuhan C dengan memutar haluan 150° dan tiba dipelabuhan C pukul 20.00. Kecepatan rata-rata kapal 50 mil/jam. Jarak tempuh kapal dari pelabuhan C ke pelabuhan A adalah ...
 - A. $200\sqrt{2}$ mil
 - B. $200\sqrt{3}$ mil
 - C. $200\sqrt{6}$ mil
 - D. $200\sqrt{7}$ mil
 - E. 600 mil

3. ABC adalah tonggak batas sebidang tanah. Tonggak B terletak pada arah 096^0 dari tonggak A , tonggak C pada arah 174^0 dari tonggak A . Tonggak C letaknya pada arah 219^0 pada tonggak B . Berapa luas sebidang tanah tersebut jika jarak $AB = 30m$? ($\sin 57^0 = \frac{4}{5}$ dan $\sin 78^0 = \frac{49}{50}$)

A. $\frac{3.528}{5}\sqrt{2} m^2$

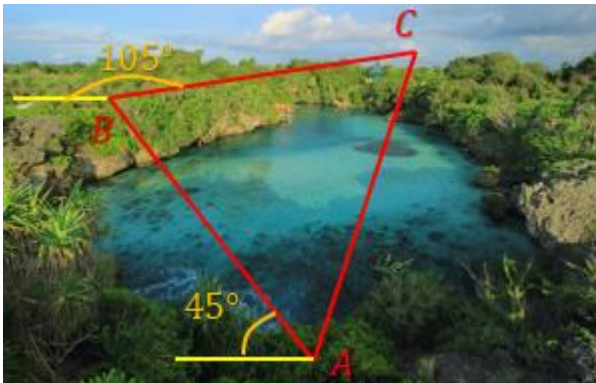
B. $\frac{2.646}{5}\sqrt{2} m^2$

C. $\frac{1.764}{5}\sqrt{2} m^2$

D. $\frac{588}{5}\sqrt{2} m^2$

E. $\frac{44}{5}\sqrt{2} m^2$

4.



Tiga orang petugas dinas lingkungan hidup akan mengukur panjang Danau Tanralili di Kabupaten Goa. Orang pertama ada di titik A , orang kedua berada di titik B , dan orang ketiga berada di titik C . Ketiga petugas tersebut mengukur panjang Danau Tanralili dengan bantuan drone. Dari titik A orang pertama menerbangkan drone dengan jurusan tiga angka 045^0 ke titik B dan tercatat drone terbang selama 15 menit dengan kecepatan $1,2 \text{ km/jam}$. Kemudian dari titik B orang kedua menerbangkan drone dengan jurusan tiga angka 105^0 ke titik C dan tercatat drone terbang selama 20 menit dengan kecepatan $1,2 \text{ km/jam}$.



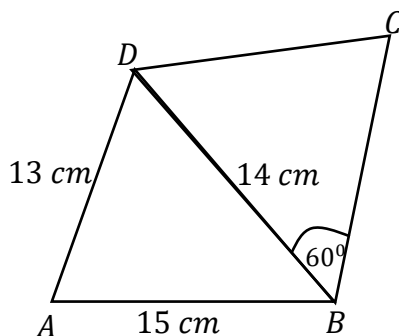
Jika p adalah jarak titik A ke titik C atau panjang danau tanralili dalam meter, nilai $p^2 = \dots$

5. Seorang pilot menerbangkan pesawat dalam lintasan lurus selama 30 menit setelah lepas landas dari bandara. Kemudian, pilot mengubah arah pesawat dengan membelokkan arah pesawat 10° ke kiri. Dalam arah lintasan yang baru, pilot menerbangkan pesawat selama 1 jam. Jika dari awal berangkat kecepatan pesawat konstan 300 km/jam , tentukan jarak antara bandara dan posisi pesawat terakhir! ($\cos 170^\circ = -0,985$)

6. Jika $BC = 16$, $AC = 10$, dan luas $\triangle ABC = 40\sqrt{3}$, maka $AB = \dots$

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14
- E. 15

7. Perhatikan gambar berikut!



Luas segi empat $ABCD = (84 + 35\sqrt{3}) \text{ cm}^2$. Panjang $BC = \dots$

- A. 13 cm
- B. 12 cm
- C. 10 cm



D. 8 cm

E. 6 cm

8. Diketahui segitiga ABC dengan $AB = 1 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, dan $AC = k \text{ cm}$. Jika α adalah sudut ACB , maka nilai-nilai k yang memenuhi $\cos \alpha < \frac{7}{8}$ adalah ...

A. $\frac{3}{2} < k < 2$

B. $\frac{3}{2} < k < 2$ atau $k < 0$

C. $\frac{1}{2} < k < 1$

D. $\frac{1}{2} < k < 1$ atau $k < 0$

E. $0 < k < \frac{3}{2}$

9. Segitiga ABD siku-siku di B . Titik C pada BD sehingga $CD = 3$ dan $BC = 2$. Jika $AB = 1$ dan $\angle CAD = \beta$, maka $\sin^2 \beta = \dots$

A. $\frac{25}{26}$

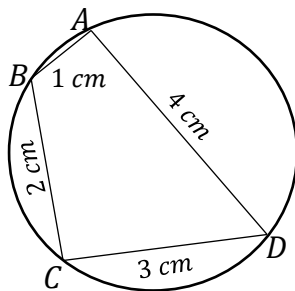
B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{31}{175}$

D. $\frac{9}{130}$

E. $\frac{5}{201}$

10. Perhatikan gambar berikut.





Pada gambar di atas $ABCD$ merupakan segi empat tali busur dengan $AB = 1\text{ cm}$, $BC = 2\text{ cm}$, $CD = 3\text{ cm}$, dan $AD = 4\text{ cm}$. Nilai $\cos \angle BAD$ sama dengan ...

- A. $-\frac{1}{2}$
- B. $-\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{5}$
- D. $\frac{2}{3}$
- E. $\frac{17}{20}$



B. Penilaian

1. Penilaian untuk Guru

a. Penilaian Mandiri Guru

Setelah menyelesaikan seluruh aktivitas dalam Unit Pembelajaran dan mencoba soal tes formatif, Anda dapat memperkirakan tingkat keberhasilan Anda dengan mengisi instrumen penilaian diri berikut ini. Isilah lembar penilaian diri ini dengan objektif dan jujur dengan memberikan tanda ceklis (✓) pada kolom penilaian diri sesuai target kompetensi yang ditetapkan.

Tabel 10 Instrumen Penilaian Diri Bagi Guru

Indikator Pencapaian Kompetensi Guru	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
1. Menjelaskan tujuan pembelajaran aturan sinus dan kosinus			
2. Merancang sintak pembelajaran untuk memberi pengalaman belajar yang sesuai untuk mencapai tujuan pembelajaran			
3. Membuat indikator dan instrumen penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar peserta didik.			
4. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan pengungkit kasus pengerjaan siswa/guru			
5. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan menyisipkan titik kritis yang sering terabaikan			
6. Menggunakan media pembelajaran yang menuntut kreativitas siswa/guru dalam penggunaan maupun pembuatannya			
7. Menganalisis hasil belajar peserta didik untuk perbaikan pembelajaran dan/atau pengayaan			
8. Menjelaskan aturan sinus dan kosinus			



9. Mengidentifikasi titik-titik kritis terkait penyelesaian masalah aturan sinus dan kosinus			
10. Memanfaatkan strategi dalam menyelesaikan masalah aturan sinus dan kosinus			
Catatan:			

b. Penilaian oleh Asesor/Fasilitator

Tabel 11 Instrumen Penilaian Guru oleh Asesor/Fasilitator

Target Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
1. Menjelaskan tujuan pembelajaran aturan sinus dan kosinus			
2. Merancang sintak pembelajaran untuk memberi pengalaman belajar yang sesuai untuk mencapai tujuan pembelajaran			
3. Membuat indikator dan instrumen penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar peserta didik.			
4. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan pengungkit kasus pengerjaan siswa/guru			
5. Melakukan pembelajaran aturan sinus dan kosinus dengan menyisipkan titik kritis yang sering terabaikan			
6. Menggunakan media pembelajaran yang menuntut kekreatifan siswa/guru dalam penggunaan maupun pembuatannya			



7. Menganalisis hasil belajar peserta didik untuk perbaikan pembelajaran dan/atau pengayaan			
8. Menjelaskan aturan sinus dan kosinus			
9. Mengidentifikasi titik-titik kritis terkait penyelesaian masalah aturan sinus dan kosinus			
10. Memanfaatkan strategi dalam menyelesaikan masalah aturan sinus dan kosinus			
Catatan:			

2. Penilaian untuk Peserta Didik

a. Penilaian Mandiri oleh Peserta Didik

Mintalah peserta didik untuk mengisi lembar penilaian diri berikut ini untuk memperkirakan tingkat keberhasilan peserta didik dalam menguasai kompetensi dasar yang Anda ajarkan. Isi secara objektif dan jujur dengan memberikan tanda ceklis (✓) pada kolom penilaian diri sesuai indikator pencapaian kompetensi dasar yang ditetapkan.

Tabel 12 Instrumen Penilaian Diri bagi Peserta Didik

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
3.9.1 Menjelaskan konsep aturan sinus			
3.9.2 Menjelaskan konsep aturan kosinus			
3.9.3 Mengklasifikasi aturan sinus dan kosinus pada segitiga sembarang			
4.9.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus			



4.9.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan kosinus			
Catatan:			

b. Penilaian oleh Guru

Tabel 13 Instrumen Penilaian Peserta Didik oleh Guru

Indikator Capaian Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
3.9.1 Menjelaskan konsep aturan sinus			
3.9.2 Menjelaskan konsep aturan kosinus			
3.9.3 Mengklasifikasi aturan sinus dan kosinus pada segitiga sembarang			
4.9.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus			
4.9.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan kosinus			
Catatan:			



06 PENUTUP

Sebagaimana yang telah disampaikan pada pendahuluan Unit Pembelajaran ini, bahwa tujuan utama PKB ini adalah meningkatkan kompetensi pedagogis dan profesional guru sehingga mampu meningkatkan hasil belajar peserta didik. Oleh karena itu, setelah Anda mempelajari Unit Pembelajaran ini, hal yang paling penting adalah menerapkannya kepada peserta didik di kelas masing-masing. Semoga Unit Pembelajaran ini dapat menjadi referensi Anda dalam mengembangkan pembelajaran dan penilaian yang berorientasi *Higher Order Thinking Skills/HOTS*, terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman, dan literasi dalam rangka membentuk generasi unggul yang moderat, beriman dan bertakwa serta berakhlak mulia.

Aktivitas pembelajaran yang disajikan dalam Unit Pembelajaran ini tentu perlu Anda sesuaikan dengan kondisi nyata kelas Anda masing-masing. Untuk itu setelah mempelajari Unit Pembelajaran ini, Anda perlu menyusun Unit Pembelajaran (modul) sendiri yang memuat materi ajar, rencana pelaksanaan pembelajaran, LKPD, serta instrumen penilaian yang berorientasi HOTS sesuai pengalaman atau praktik terbaik pembelajaran yang Anda lakukan. Anda perlu mengaktifkan diri dalam kegiatan MGMP Matematika untuk dapat saling berbagi pengalaman praktik baik bersama rekan sejawat guru matematika lainnya.

Penulis menyadari bahwa Unit Pembelajaran ini masih banyak kekurangan. Untuk itu, penulis mengharap saran dan masukan yang membangun demi lebih sempurnanya Unit Pembelajaran ini maupun dalam upaya perbaikan dan pengembangan Unit Pembelajaran lainnya. Semoga Unit Pembelajaran ini bermanfaat bagi khasanah ilmu pengetahuan dan pembelajaran secara umum maupun bagi pihak-pihak yang memerlukan.



KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

1. C
2. B
3. C
4. 370.000
5. $\sqrt{201.150}$
6. D
7. C
8. B
9. D
10. C



DAFTAR PUSTAKA

- Crauder, B., Evans, B., & Noell, A., 2008, *Function and Change, a Modeling Approach to College Algebra and Trigonometry*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Jeroanayam Education Enthusiast, 2017, Seri Buku Soal SBMPTN 2017 Matematika Program IPA, Bandung, Wangsit Education.
- Miyanto, dkk., 2019, Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas X Semester 2, Yogyakarta, PT Penerbit Intan Pariwara.
- Noormandiri, 2019, Matematika untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib, Jakarta, Penerbit Erlangga.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 37 Tahun 2018 Tentang Perubahan Atas Permendikbud Nomor 24 Tahun 2016 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah.
- Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 Tahun 2007 Tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru.
- Soal Ujian Nasional Tahun 2017-2019 Program Studi IPA/MIPA Matematika. Badan Nasional Standar Pendidikan. Puspendik Jakarta: Balitbang.
- Young, Cyntia, 2013, *Algebra and Trigonometry 3rd Edition*, Wiley



Kementerian Agama Republik Indonesia
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Direktoral Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah
Tahun 2020