



Pengembangan Keprofesian
Berkelanjutan (PKB)
Guru Madrasah Aliyah



**MADRASAH
REFORM** 2020
2024
Realizing Education's Promise
Madrasah Education Quality Reform
(IBRD 8992-ID)

Modul Pembelajaran Matematika

FUNGSI EKSPONEN DAN LOGARITMA

Unit 01

Pembelajaran

Kementerian Agama Republik Indonesia
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah
Tahun 2020

Disusun oleh :
Tim Pengembang Modul
Pembelajaran PKB Guru
Madrasah Aliyah



Unit Pembelajaran 01

FUNGSI EKSPONEN DAN LOGARITMA

MATA PELAJARAN MATEMATIKA MADRASAH ALIYAH

Penanggung Jawab

Direktorat GTK Madrasah
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Kementerian Agama Republik Indonesia

Penyusun

Darno Raharjo
Juanda Kasim
Wiwit Susanti
Untung Trisna Suwaji
Sigit Tri Guntoro

Reviewer

Abdur Rahman As'ari

Copyright © 2020

Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Agama Republik Indonesia



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Undang–Undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen Pasal 1 ayat 1 menyatakan bahwa Guru adalah pendidik profesional dengan tugas utama mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, melatih, menilai, dan mengevaluasi peserta didik pada Pendidikan Anak Usia Dini jalur Pendidikan Formal, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Agar dapat melaksanakan tugas utamanya dengan baik, seorang guru perlu meningkatkan kompetensi dan kinerjanya secara bertahap, berjenjang, dan berkelanjutan melalui Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) guru. Untuk itu saya menyambut baik terbitnya modul ini sebagai panduan semua pihak dalam melaksanakan program PKB.

Peningkatan Kompetensi Pembelajaran merupakan salah satu fokus upaya Kementerian Agama, Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan (GTK) dalam meningkatkan kualitas madrasah melalui pembelajaran berorientasi keterampilan berpikir tingkat tinggi, kontekstual, dan terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman. Program PKB dilakukan mengingat luasnya wilayah Indonesia dan kualitas pendidikan yang belum merata, sehingga peningkatan pendidikan dapat berjalan secara masif, merata, dan tepat sasaran.

Modul ini dikembangkan mengikuti arah kebijakan Kementerian Agama yang menekankan pada pembelajaran berorientasi pada keterampilan berpikir tingkat tinggi atau *higher order thinking skills* (HOTS) dan terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman. Keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah proses berpikir kompleks dalam menguraikan materi, membuat kesimpulan, membangun representasi, menganalisis, dan membangun hubungan dengan melibatkan aktivitas mental yang paling dasar. Sementara, nilai-nilai keislaman diintegrasikan dalam pembelajaran sebagai *hidden curriculum* sehingga tercipta generasi unggul sekaligus beriman dan bertakwa serta berakhlak mulia.



Sasaran Program PKB ini adalah seluruh guru di wilayah NKRI yang tergabung dalam komunitas guru sesuai bidang tugas yang diampu di wilayahnya masing-masing. Komunitas guru dimaksud meliputi kelompok kerja guru (KKG), Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), dan Musyawarah Guru Bimbingan Konseling (MGBK). Model pembelajaran yang digunakan dalam modul ini adalah melalui moda Tatap Muka *In-On-In* sehingga guru tidak harus meninggalkan tugas utamanya di madrasah sebagai pendidik.

Semoga modul ini dapat digunakan dengan baik sebagaimana mestinya sehingga dapat menginspirasi guru dalam materi dan melaksanakan proses pembelajaran. Kami ucapkan terima kasih atas kerja keras dan kerja cerdas para penulis dan semua pihak terkait yang dapat mewujudkan Modul ini. Semoga Allah SWT senantiasa meridhai dan memudahkan upaya yang kita lakukan. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Jakarta, Oktober 2020

An. Direktur Jenderal,

Direktur Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah,

Muhammad Zain



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
01 PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan.....	1
C. Manfaat	2
D. Sasaran	2
E. Petunjuk Penggunaan	2
1. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh guru	4
2. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh peserta didik.....	4
02 TARGET KOMPETENSI	6
A. Target Kompetensi Guru	6
1. Kompetensi Pedagogik	6
2. Kompetensi Profesional	6
B. Target Kompetensi Peserta Didik.....	6
1. Kompetensi Dasar	6
2. Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik.....	7
03 MATERI DAN ORGANISASI PEMBELAJARAN	8
A. Ruang Lingkup Materi	8
B. Organisasi Pembelajaran.....	8
04 KEGIATAN PEMBELAJARAN	9
A. Pengantar	9
B. Aplikasi dalam Kehidupan	9
1. BUNGA MAJEMUK	9
C. Integrasi Keislaman.....	11



D. Bahan Bacaan	13
1. Fungsi Eksponensial dan Grafiknya`	13
2. Aplikasi Fungsi Eksponensial.....	19
3. Fungsi Logaritma dan Grafiknya	20
4. Aplikasi Fungsi Logaritma.....	25
E. Aktivitas Pembelajaran	26
1. Kegiatan In Learning Service-1 (6 JP).....	26
2. Kegiatan On Job Training (8 JP).....	28
3. Kegiatan In Learning Service-2 (4 JP)	36
F. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)	37
1. LKPD Grafik Fungsi Eksponensial.....	37
2. LKPD Penerapan Fungsi Eksponensial	40
3. LKPD Fungsi Logaritma	43
I. Pengembangan SOAL HOTS	46
05 PENILAIAN	48
A. Tes Formatif.....	48
B. Penilaian	51
1. Penilaian untuk Guru.....	51
2. Penilaian untuk Peserta Didik.....	53
06 PENUTUP	56
KUNCI JAWABAN TES FORMATIF.....	57
DAFTAR PUSTAKA	58



DAFTAR TABEL

Tabel 1 Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik	7
Tabel 2 Materi dan Organisasi Pembelajaran	8
Tabel 3 Jumlah Deposito Sampai Tahun ke-5	9
Tabel 4 Jumlah Ameba Setiap Jam	13
Tabel 5 Nilai Fungsi $f(x)=2^x$	14
Tabel 6 Nilai Fungsi $f(x) = (1/2)^x$	16
Tabel 7 Nilai Fungsi $f(x) \log_2 x$	21
Tabel 8 Nilai Fungsi $f(x) = \log_{(1/2)} x$	22
Tabel 9 Desain Pembelajaran Fungsi Eksponensial	30
Tabel 10 Desain Pembelajaran Fungsi Logaritma	33
Tabel 11 Refleksi Pelaksanaan Pembelajaran On Job Training	36
Tabel 12 Nilai fungsi $f(x)=3^x$ dan $f(x)=(1/3)^x$	37
Tabel 13 Jumlah Penduduk pada Tahun Ke- t	41
Tabel 14 Peluruhan Radioaktif	42
Tabel 15 Nilai fungsi $f(x)=\log_3 x$ dan $f(x)=\log_{(1/3)} x$	43
Tabel 16 Kisi-kisi pengembangan soal HOTS	46
Tabel 17 Instrumen Penilaian Diri Bagi Guru	51
Tabel 18 Instrumen Penilaian Guru oleh Asesor/Fasilitator	52
Tabel 19 Instrumen Penilaian Diri bagi Peserta Didik	53
Tabel 20 Instrumen Penilaian Peserta Didik oleh Guru	54



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Alur Tatap Muka In-On-In.....	4
Gambar 2 Grafik Fungsi $f(x) = 3^x$	11
Gambar 3 Grafik Fungsi $f(x) = (1/3)^x$	12
Gambar 4 Grafik Fungsi $f(x)=2^x$	14
Gambar 5 Gambar 5 Grafik Fungsi $f(x)=(1/2)^x$	16
Gambar 6 Grafik Fungsi $f(x)=(1/2)^x$	18
Gambar 7 Prediksi Jumlah Penduduk Indonesia Tahun 2010-2035	19
Gambar 8 Grafik Fungsi $f(x)=(\log)_2 x$	21
Gambar 9 Grafik Fungsi $f(x)=(\log)_{(1/2)} x$	23
Gambar 10 Grafik Fungsi $f(x)=(\log)_2 x$ dan $f(x)=(\log)_{(1/2)} x$	24



01 PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pendidikan merupakan proses yang sangat strategis dalam mencerdaskan kehidupan bangsa sehingga harus dilakukan secara profesional. Undang-Undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen Pasal 10 ayat (1) mengamanatkan bahwa guru yang profesional harus memiliki kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi sosial, dan kompetensi profesional. Keempat kompetensi tersebut bersifat holistik dan merupakan suatu kesatuan yang menjadi ciri guru profesional. Agar dapat melaksanakan tugas profesinya dengan baik, seorang guru perlu meningkatkan kompetensi dan kinerjanya secara bertahap, berjenjang, dan berkelanjutan melalui Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) guru.

Strategi pelaksanaan PKB guru madrasah yang ditempuh oleh Direktorat Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah adalah melalui KKG/MGMP/MGBK, Kantor Wilayah Kementerian Agama Provinsi, dan Kementerian Agama Pusat. Untuk mendukung program tersebut, diperlukan modul sebagai salah satu alternatif sumber bahan ajar bagi guru untuk mempelajari konten materi, merancang pembelajaran dan cara mengajarkannya, mengembangkan Lembar Kerja Peserta Didik, mengembangkan instrumen penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.

B. Tujuan

Tujuan modul ini adalah:

1. Meningkatkan kompetensi pedagogis dan kompetensi profesional guru melalui kegiatan PKB.
2. Meningkatkan hasil Asesmen Kompetensi Guru (AKG).
3. Menfasilitasi sumber belajar guru dan peserta didik dalam mengembangkan kurikulum, mempersiapkan dan melaksanakan pembelajaran yang mendidik.



C. Manfaat

Manfaat yang ingin dicapai:

1. Sebagai sumber belajar bagi guru dalam melaksanakan PKB untuk mencapai target kompetensi pedagogis dan kompetensi profesional tertentu.
2. Sebagai sumber bagi guru dalam mengembangkan kurikulum, persiapan dan pelaksanaan pembelajaran yang mendidik.
3. Sebagai bahan melakukan asesmen mandiri guru dalam rangka peningkatan keprofesionalan.
4. Sebagai sumber dalam merencanakan dan melaksanakan penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar peserta didik.
5. Sebagai sumber belajar bagi peserta didik untuk mencapai target kompetensi dasar.

D. Sasaran

Adapun sasaran modul ini adalah:

1. Fasilitator nasional, provinsi, dan kabupaten/kota
2. Pengawas Madrasah
3. Kepala Madrasah
4. Ketua KKG/MGMP/MGBK
5. Guru
6. Peserta didik.

E. Petunjuk Penggunaan

Agar Anda berhasil dengan baik dalam mempelajari dan mempraktikkan modul ini, ikutilah petunjuk belajar sebagai berikut:

1. Bacalah dengan cermat bagian pendahuluan sampai Anda memahami benar tujuan mempelajari Unit Pembelajaran ini.
2. Pelajarilah dengan seksama bagian target kompetensi sehingga Anda benar-benar memahami target kompetensi yang harus dicapai baik oleh diri Anda sendiri maupun oleh peserta didik.
3. Kegiatan Pembelajaran untuk menyelesaikan setiap Unit Pembelajaran dilakukan melalui moda Tatap Muka *In-On-In* sebagai berikut:



- a. Kegiatan *In Service Learning 1*. Kegiatan ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat untuk mengkaji materi dan melakukan kegiatan pembelajaran, meliputi: mempelajari konten materi ajar dan mendiskusikan materi ajar yang sulit atau berpotensi terjadi miskonsepsi, mendesain pembelajaran yang sesuai dengan daya dukung madrasah dan karakteristik peserta didik, mempelajari dan melengkapi LKPD, serta mempersiapkan instrumen penilaian proses dan hasil belajar.
 - b. Kegiatan *On Service Learning*. Pada tahap ini, Anda dapat mengkaji kembali uraian materi secara mandiri dan melakukan aktivitas belajar di madrasah berdasarkan rancangan pembelajaran dan LKPD yang telah dipersiapkan. Buatlah catatan-catatan peluang dan hambatan yang ditemui selama pelaksanaan pembelajaran. Hasil kegiatan *on* baik berupa tugas lembar kerja maupun tugas lainnya dilampirkan sebagai bukti fisik bahwa Anda telah menyelesaikan seluruh tugas *on* yang ada pada Unit Pembelajaran.
 - c. Kegiatan *In Service Learning 2*. Tahap ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat untuk melaporkan dan mendiskusikan hasil kegiatan *on*. Arahkan diskusi pada refleksi untuk perbaikan dan pengembangan pembelajaran.
4. Ujilah capaian kompetensi Anda dengan mengerjakan soal yang tersedia di bagian akhir Unit Pembelajaran.
 5. Lakukan penilaian mandiri sebagai refleksi ketercapaian target kompetensi.

Dalam melaksanakan setiap kegiatan pada modul ini, Anda harus mempertimbangkan prinsip kesetaraan dan inklusi sosial tanpa membedakan suku, ras, golongan, jenis kelamin, status sosial ekonomi, dan yang berkebutuhan khusus. Kesetaraan dan inklusi sosial ini juga diberlakukan bagi pendidik, tenaga kependidikan dan peserta didik. Dalam proses diskusi kelompok yang diikuti laki-laki dan perempuan, perlu mempertimbangkan kapan diskusi harus dilakukan secara terpisah baik laki-laki maupun perempuan dan kapan harus dilakukan

bersama. Anda juga harus memperhatikan partisipasi setiap peserta didik dengan seksama, sehingga tidak mengukuhkan relasi yang tidak setara.



Gambar 1 Alur Tatap Muka In-On-In

Sebelum mempelajari atau mempraktikkan modul ini, ada beberapa perangkat pembelajaran, alat dan bahan yang harus disiapkan oleh guru dan peserta didik agar proses pembelajaran berjalan dengan baik.

1. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh guru

- Laptop
- LCD
- Buku paket/referensi
- Lembar Kerja Peserta Didik
- Instrumen penilaian proses

2. Alat dan Bahan yang harus disiapkan oleh peserta didik

- Buku paket/referensi
- Alat tulis



Unit Pembelajaran dalam modul ini dibagi dalam dua topik, dengan total alokasi waktu yang digunakan diperkirakan 18 Jam Pembelajaran:

1. *In Service Learning 1* : 6 JP
2. *On Service Learning* : 8 JP
3. *In Service Learning 2* : 4 JP



02 TARGET KOMPETENSI

A. Target Kompetensi Guru

Target kompetensi guru didasarkan pada Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 Tahun 2007 Tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru. Dalam Unit Pembelajaran ini, target kompetensi yang dituangkan hanya yang terkait kompetensi pedagogis dan kompetensi profesional.

1. Kompetensi Pedagogik

- Menyusun rencana pembelajaran yang lengkap.
- Melaksanakan pembelajaran yang mengembangkan berpikir kritis dan kreatif.
- Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk kepentingan pembelajaran, misal geogebra.
- Mengevaluasi pelaksanaan pembelajaran dan hasil belajar peserta didik.

2. Kompetensi Profesional

- Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan berkaitan fungsi eksponensial.
- Mampu menyelesaikan soal-soal yang disediakan dalam modul.

B. Target Kompetensi Peserta Didik

Target kompetensi peserta didik dalam Unit Pembelajaran ini dikembangkan berdasarkan Kompetensi Dasar kelas X semester 1 (satu) sesuai dengan permendikbud nomor 37 tahun 2018 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran Kurikulum 2013 Pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah sebagai berikut:

1. Kompetensi Dasar

- a. Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya.
- b. Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.



2. Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik

Tabel 1 Indikator Pencapaian Kompetensi Peserta Didik

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya.	3.1.1 Menjelaskan konsep fungsi eksponensial 3.1.2 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponensial 3.1.3 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponensial 3.1.4 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi logaritma 3.1.5 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi logaritma 3.1.6 Menganalisis masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma	4.1.1 Mengemukakan gagasan terkait masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial 4.1.2 Menyajikan fungsi eksponensial 4.1.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial 4.1.4 Menyajikan fungsi logaritma 4.1.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma 4.1.6 Membuat suatu situasi masalah berdasarkan grafik fungsi eksponensial yang diberikan



03 MATERI DAN ORGANISASI PEMBELAJARAN

A. Ruang Lingkup Materi

Ruang lingkup materi barisan dan deret di Madrasah Aliyah meliputi:

1. Menjelaskan konsep fungsi eksponensial
2. Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponensial
3. Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponensial
4. Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi logaritma
5. Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi logaritma
6. Menganalisis masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
7. Mengemukakan gagasan terkait masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
8. Menyajikan fungsi eksponensial
9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
10. Menyajikan fungsi logaritma
11. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma
12. Membuat suatu situasi masalah berdasarkan grafik fungsi eksponensial yang diberikan

B. Organisasi Pembelajaran

Guna memudahkan guru dalam mempelajari modul ini, kita akan membaginya menjadi dua topik bahasan dengan alokasi waktu sebagai berikut:

Tabel 2 Materi dan Organisasi Pembelajaran

Topik	Materi	Jumlah JP		
		In - 1	On	In - 2
1	Fungsi Eksponensial	6	8	4
2	Fungsi Logaritma			



04 KEGIATAN PEMBELAJARAN

A. Pengantar

Unit Pembelajaran ini disusun sebagai salah satu alternatif sumber belajar bagi guru maupun peserta didik untuk memahami materi program linear dengan target sesuai yang ditetapkan di dalamnya.

Unit Pembelajaran ini dilengkapi aktivitas pembelajaran, lembar kegiatan peserta didik (LKPD), dan contoh kisi-kisi pengembangan instrumen penilaian HOTS dan latihan tes formatif yang dapat dijadikan instrumen penilaian diri bagi guru sebelum melaksanakan Asesmen Kompetensi Guru (AKG).

B. Aplikasi dalam Kehidupan

1. BUNGA MAJEMUK

Apakah Anda mempunyai tabungan atau pinjaman di suatu bank? Anda tentu tidak asing dengan istilah bunga bank yang besarnya telah ditentukan oleh bank tersebut. Secara umum “bunga” dapat diartikan sebagai jasa yang berbentuk uang yang diberikan. Misal seseorang mendepositokan uangnya sebesar Rp100.000.000,00 dengan bunga majemuk yang berlaku adalah 8% per tahun. Berapakah deposito orang tersebut 5 tahun kemudian?

Tabel 3 Jumlah Deposito Sampai Tahun ke-5

Jumlah uang deposito	Waktu (t)	Setelah t tahun
Rp100.000.000,00	1	$Rp100.000.000,00 + 8\% \times (Rp100.000.000,00) = Rp112.000.000,00$
Rp112.000.000,00	2	$Rp112.000.000,00 + 8\% \times (Rp112.000.000,00) = Rp125.440.000,00$
Rp125.440.000,00	3	$Rp125.440.000,00 + 8\% \times (Rp125.440.000,00) = Rp140.492.800,00$
Rp140.492.800,00	4	$Rp140.492.800,00 + 8\% \times (Rp140.492.800,00) = Rp157.351.936,00$
Rp157.351.936,00	5	$Rp157.351.936,00 + 8\% \times (Rp157.351.936,00) = Rp176.234.168,32$



Dari tabel di atas dapat diketahui besarnya deposito setelah 5 tahun sebesar Rp176.234.168,32.

Hasil perhitungan pada tabel dapat digeneralisasi dengan menggunakan fungsi eksponensial.

Misal jumlah uang deposito mula-mula (M_0), bunga per tahun ($p\%$), dan jumlah uang deposito setelah (t) tahun adalah M_t , maka:

Jumlah uang deposito setelah 1 tahun (M_1):

$$M_1 = M_0 + p\% \times M_0 = M_0 (1 + p\%)$$

Jumlah uang deposito setelah 2 tahun (M_2):

$$M_2 = M_1 + p\% \times M_1 = M_1 (1 + p\%) = M_0 (1 + p\%) (1 + p\%) = M_0 (1 + p\%)^2$$

Jumlah uang deposito setelah 3 tahun (M_3):

$$M_3 = M_2 + p\% \times M_2 = M_2 (1 + p\%) = M_0 (1 + p\%)^2 (1 + p\%) = M_0 (1 + p\%)^3$$

Jumlah uang deposito setelah t tahun (M_t):

$$M_t = M_0 (1 + p\%)^t$$

Dengan menggunakan fungsi eksponensial $M_t = M_0 (1 + p\%)^t$, maka jumlah uang deposito setelah 5 tahun:

$$M_5 = M_0 (1 + p\%)^5$$

$$M_5 = \text{Rp}100.000.000,00(1 + 12\%)^5$$

$$M_5 = \text{Rp}100.000.000,00(1,12)^5$$

$$M_5 = \text{Rp}100.000.000,00(1,762)$$

$$M_5 = \text{Rp}176.234.168,32$$

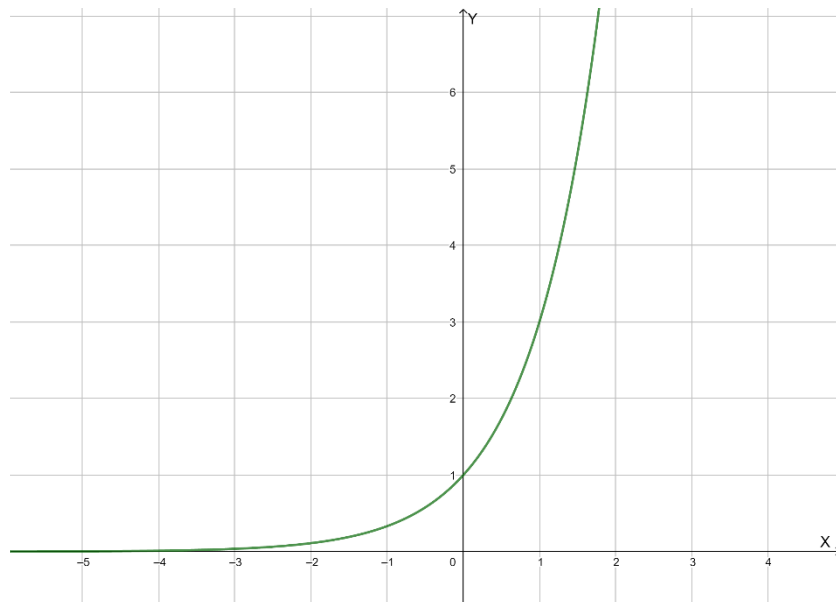


C. Integrasi Keislaman

Di dalam materi pecahan yang sudah kita ketahui di sekolah menengah pertama bahwa $\frac{a}{b}$; untuk $b \neq 0$ untuk a dinamakan pembilang dan b dinamakan penyebut. Dikarenakan pecahan adalah materi dasar. Dalam eksponen khususnya materi grafik fungsi eksponen sering kita temukan juga tentang bilangan pecahan. Seperti yang dijelaskan diatas $\frac{a}{b}$; untuk $b \neq 0$ untuk keterkaitan dengan integrasi islam dalam materi ini adalah:

Misal: Pembilang = cinta kepada Allah SWT dan Penyebut = cinta dunia

$f(x) = 3^x$ bisa ditulis $f(x) = \frac{3^x}{1}$, seperti yang permisalan diatas maka hasilnya adalah jika cinta kita kepada Allah lebih besar dari cinta dunia maka bentuk grafiknya selalu monoton naik. Dan semakin besar nilai dari pangkat maka semakin besar pula nilai



Gambar 2 Grafik Fungsi $f(x) = 3^x$

dari fungsinya otomatis peluang cinta kepada Allah SWT semakin besar pula dan peluang untuk bertemu kepada Allah SWT di surga nanti. Gambar grafiknya sebagai berikut:

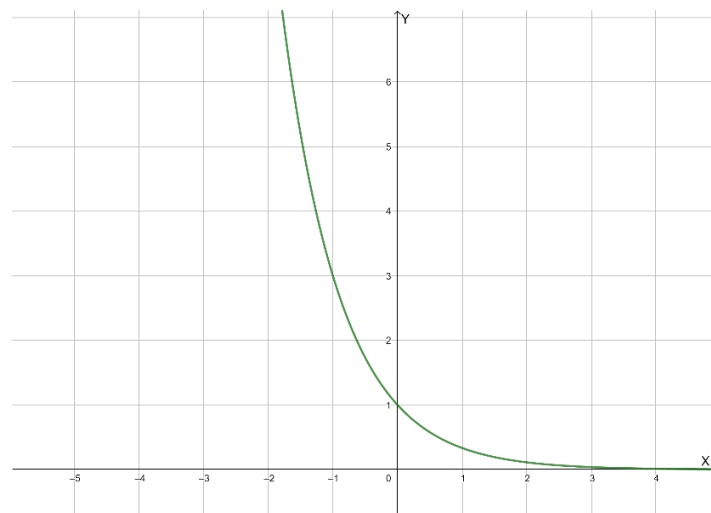


Bentuk cinta kita kepada Allah SWT adalah menjalankan apa yang diperintah kepada Allah SWT dan menjauhi Segala larangannya. Sesuai firman Allah SWT dalam surat At-Taubah ayat 24:

قُلْ إِنْ كَانَ آبَاؤُكُمْ وَأَبْنَاؤُكُمْ وَإِخْوَانُكُمْ وَأَزْوَاجُكُمْ وَعَشِيرَتُكُمْ وَأَمْوَالٌ اقْتَرَفْتُمُوهَا وَتِجَارَةٌ تَخْشَوْنَ كَسَادَهَا وَمَسَاكِينُ تَرْضَوْنَهَا أَحَبَّ إِلَيْكُمْ مِنَ اللَّهِ وَرَسُولِهِ وَجِهَادٍ فِي سَبِيلِهِ فَتَرَبَّصُوا حَتَّى يَأْتِيَ اللَّهُ بِأَمْرِهِ وَاللَّهُ لَا يَهْدِي الْقَوْمَ الْفَاسِقِينَ

“Katakanlah: "jika bapa-bapa, anak-anak, saudara-saudara, isteri-isteri, kaum keluargamu, harta kekayaan yang kamu usahakan, perniagaan yang kamu khawatiri kerugiannya, dan tempat tinggal yang kamu sukai, adalah lebih kamu cintai dari Allah dan Rasul-Nya dan dari berjihad di jalan-Nya, maka tunggulah sampai Allah mendatangkan keputusan-Nya". Dan Allah tidak memberi petunjuk kepada orang-orang yang fasik” (Q.S. At Taubah: 24).

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ bisa ditulis $f(x) = \frac{1}{3^x}$, jika cinta kita kepada Allah lebih kecil daripada cinta dunia maka bentuk grafiknya selalu monoton turun. Dan semakin besar nilai dari pangkat maka semakin besar pula nilai dari fungsinya otomatis peluang cinta kepada dunia semakin besar pula dan peluang untuk tidak bertemu kepada Allah SWT di surga nanti. Gambar grafiknya sebagai berikut:



Gambar 3 Grafik Fungsi $f(x) = (1/3)^x$



D. Bahan Bacaan

1. Fungsi Eksponensial dan Grafiknya`

Ameba merupakan organisme hewan bersel satu berukuran kecil tak berbentuk yang memiliki membran sel berpori yang membungkus organel sel dan sitoplasma. Reproduksi ameba berlangsung secara asexual yang disebut pembelahan diri (pembelahan biner). Misal dalam waktu satu jam, satu ameba membelah diri menjadi dua. Dalam waktu dua jam, jumlah ameba menjadi empat buah dan dalam waktu 3 jam, jumlah ameba menjadi delapan buah, demikian seterusnya. Tabel berikut merepresentasikan perkembangbiakan ameba.

Tabel 4 Jumlah Ameba Setiap Jam

Waktu t dalam menit	Jumlah ameba
$t = 0$ (awal)	$1 = 2^0$
$t = 1$	$2 = 2^1$
$t = 2$	$4 = 2^2$
$t = 3$	$8 = 2^3$
...	...
$t = x$	...

Dari tabel di atas jumlah ameba pada saat $t = x$ menjadi 2^x .

Fungsi $f : x \rightarrow f(x) = 2^x$ merupakan salah satu fungsi eksponensial, sehingga perkembangan ameba tersebut merupakan salah satu contoh dari fungsi eksponensial yang domainnya adalah bilangan cacah.



Grafik Fungsi Eksponensial dengan Basis $a > 1$

Fungsi $f : x \rightarrow f(x) = 2^x$ merupakan salah satu fungsi eksponensial dengan basis $a > 1$. Untuk melukis sketsa grafik fungsi $f(x) = 2^x$ dapat mengikuti langkah-langkah berikut:

langkah 1:

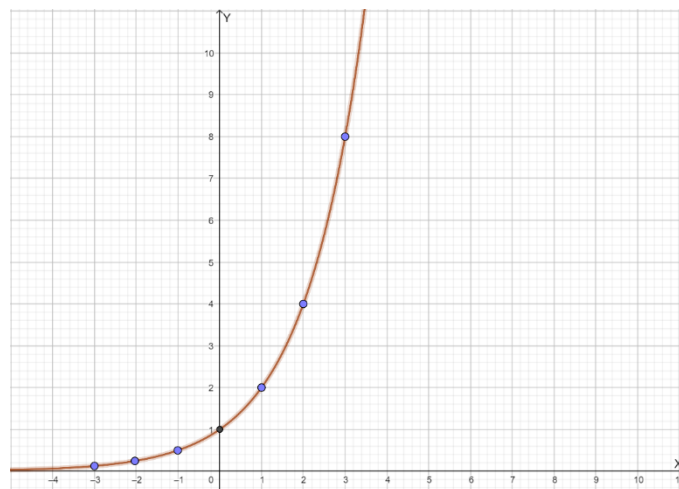
Menentukan beberapa titik yang dilalui oleh $f(x) = 2^x$

Tabel 5 Nilai Fungsi $f(x)=2^x$

x	$f(x) = 2^x$
-3	$f(-3) = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
-2	$f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
-1	$f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
0	$f(0) = 2^0 = 1$
1	$f(1) = 2^1 = 2$
2	$f(2) = 2^2 = 4$
3	$f(3) = 2^3 = 8$

langkah 2:

Hubungkan titik-titik yang diperoleh pada tabel di atas:



Gambar 4 Grafik Fungsi $f(x)=2^x$



Dari grafik $f(x) = 2^x$, secara umum grafik $f(x) = a^x$ dengan $a > 1$ mempunyai sifat-sifat:

1. selalu berada di atas sumbu X untuk setiap $x \in R$.
2. memotong sumbu Y hanya di titik $(0, 1)$.
3. monoton naik, sehingga fungsi ini disebut juga fungsi pertumbuhan (*growth function*).
4. Untuk $a > 1$. Jika $x_1 > x_2$ maka $f(x_1) = a^{x_1} > f(x_2) = a^{x_2}$ atau sebaliknya jika $f(x_1) = a^{x_1} > f(x_2) = a^{x_2}$ maka $x_1 > x_2$.

Dalam bentuk pertidaksamaan, sifat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

- Jika $a > 1$ dan $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka $f(x) \geq g(x)$
- Jika $a > 1$ dan $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka $f(x) \leq g(x)$

Penerapan sifat ke-4 dapat dilihat pada permasalahan pertidaksamaan eksponen, seperti menentukan penyelesaian dari:

$$(\sqrt{5})^{4x} > 25^{3x+6}$$

Permasalahan di atas mempunyai basis yang sama dalam bentuk yang berbeda:

$$5^{\frac{1}{2}(4x)} > 5^{2(3x+6)}$$

Basis dari pertidaksamaan di atas $a > 1$, maka:

$$\frac{1}{2}(4x) > 2(3x + 6)$$

$$2x > 6x + 12$$

$$-4x > 12$$

$$x < -3$$

Grafik Fungsi Eksponensial dengan Basis $0 < a < 1$

Fungsi $f : x \rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ merupakan salah satu fungsi eksponensial dengan basis

$0 < a < 1$. Untuk melukis sketsa grafik fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dapat mengikuti langkah-langkah berikut:



langkah 1:

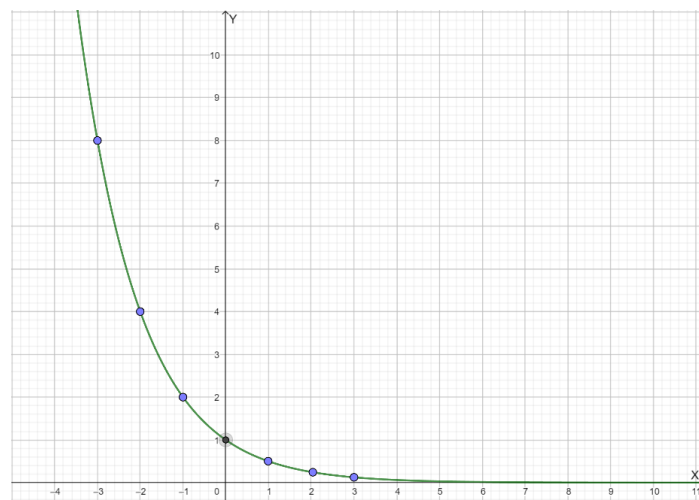
Menentukan beberapa titik yang dilalui oleh $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Tabel 6 Nilai Fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
-3	$f(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$
-2	$f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$
-1	$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$
0	$f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$
1	$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$
2	$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
3	$f(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

langkah 2:

Hubungkan titik-titik yang diperoleh pada tabel di atas:



Gambar 5 Gambar 5 Grafik Fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Dari grafik $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, secara umum grafik $f(x) = a^x$ dengan $0 < a < 1$ mempunyai sifat-sifat:

1. selalu berada di atas sumbu X untuk setiap $x \in R$.
2. memotong sumbu Y hanya di titik $(0, 1)$.
3. monoton turun, sehingga fungsi ini disebut juga fungsi peluruhan (*decay function*).
4. Untuk $0 < a < 1$. Jika $x_1 > x_2$ maka $f(x_1) = a^{x_1} < f(x_2) = a^{x_2}$ atau sebaliknya jika $f(x_1) = a^{x_1} < f(x_2) = a^{x_2}$ maka $x_1 > x_2$.

Dalam bentuk pertidaksamaan, sifat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

- Jika $0 < a < 1$ dan $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, maka $f(x) \leq g(x)$
- Jika $0 < a < 1$ dan $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$, maka $f(x) \geq g(x)$

Penerapan sifat ke-4 dapat dilihat pada permasalahan pertidaksamaan eksponen, seperti menentukan penyelesaian dari:

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}}$$

Permasalahan di atas mempunyai basis yang sama dalam bentuk yang berbeda:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2(x+2)} > \left(\frac{1}{5}\right)^{3\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}\right)}$$

Basis dari pertidaksamaan di atas $0 < a < 1$, maka:

$$2(x+2) < 3\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}\right)$$

$$2x + 4 > x^2 + 1$$

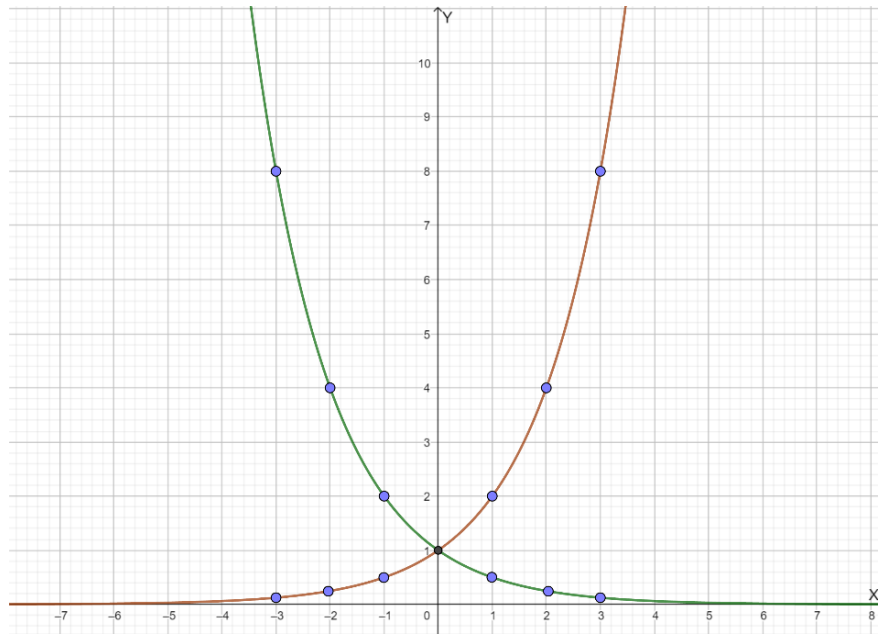
$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$(x-3)(x+1) < 0$$

$$-1 < x < 3$$



Grafik $f : x \rightarrow f(x) = 2^x$ dan $f : x \rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ jika disajikan dalam satu bidang kartesius, diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 6 Grafik Fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Pada gambar di atas terlihat bahwa:

1. Kedua grafik melalui $(0,1)$
2. Kedua grafik simetris terhadap sumbu Y
3. Keduanya berada di atas sumbu X (selalu bernilai positif)

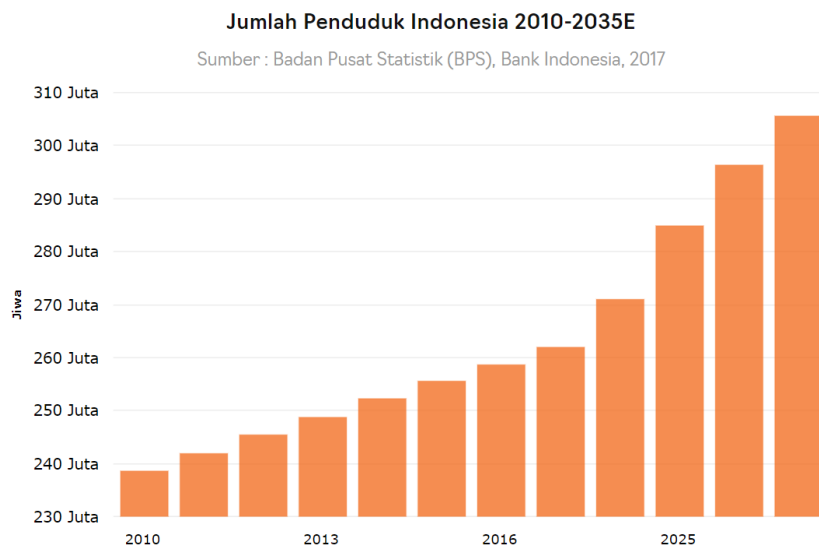


2. Aplikasi Fungsi Eksponensial

Grafik fungsi eksponensial memiliki sifat monoton naik sehingga disebut juga fungsi pertumbuhan (*growth function*). Dan monoton turun sehingga disebut juga fungsi peluruhan (*decay function*) bergantung dari basisnya.

PERTUMBUHAN PENDUDUK

Pada 2017, jumlah penduduk Indonesia diperkirakan mencapai hampir 262 juta jiwa. Berdasarkan laporan Bappenas dalam Proyeksi Penduduk Indonesia 2010-2035, jumlah penduduk Indonesia pada 2020 bakal mencapai 271 juta jiwa atau bertambah 10 juta dari jumlah penduduk pada tahun lalu. Pada 2035, jumlah penduduk Indonesia akan menembus 300 juta dengan laju pertumbuhan penduduk sebesar 1,3%.



Gambar 7 Prediksi Jumlah Penduduk Indonesia Tahun 2010-2035

Berapakah prediksi pertumbuhan penduduk pada tahun 2035?

Misal jumlah penduduk mula-mula (P_0), laju pertumbuhan per tahun ($r\%$), dan jumlah penduduk setelah (t) tahun adalah P_t , maka:

Jumlah penduduk setelah 1 tahun (P_1) :

$$P_1 = P_0 + r\% \times P_0 = P_0 (1 + r\%)$$

Jumlah penduduk setelah 2 tahun (P_2) :



$$P_2 = P_1 + r\% \times P_1 = P_1 (1 + r\%) = P_0 (1 + r\%) (1 + r\%) = P_0 (1 + r\%)^2$$

Jumlah penduduk setelah 3 tahun (P_3) :

$$P_3 = P_2 + r\% \times P_2 = P_2 (1 + r\%) = P_0 (1 + r\%)^2 (1 + r\%) = P_0 (1 + r\%)^3$$

Jumlah penduduk setelah t tahun (P_t) :

$$P_t = P_0 (1 + r\%)^t$$

Dengan menggunakan fungsi eksponensial $P_t = P_0 (1 + r\%)^t$, maka jumlah penduduk dalam kurun waktu 2017-2035 (18 tahun):

$$P_{18} = P_0 (1 + r\%)^{18}$$

$$P_{18} = 262.000.000(1 + 1,3\%)^{18}$$

$$P_{18} = 262.000.000(1,013)^{18}$$

$$P_{18} = 262.000.000(1,262)$$

$$P_{18} = 330.575.990,4$$

Jadi, jumlah penduduk pada tahun 2035 berkisar $\approx 330.575.990$.

3. Fungsi Logaritma dan Grafiknya

Fungsi logaritma merupakan invers dari fungsi eksponensial.

$$a^x = b \leftrightarrow x = a_{\log b}$$

Artinya x adalah logaritma dari bilangan b dengan basis a dan numerus b , dengan $a > 0, a \neq 1, b > 0$.

Dari $a^x = b \leftrightarrow x = \log_a b$ untuk $a = b$ maka:

$$x = \log_a a \leftrightarrow a^x = a \leftrightarrow x = 1$$

Grafik Fungsi Logaritma dengan Basis $a > 1$

Fungsi logaritma $f : x \rightarrow f(x) = \log_2 x$ dengan basis $a > 1$ dapat dibuat grafiknya dengan mengikuti langkah-langkah berikut:

langkah 1:

Menentukan beberapa titik yang dilalui oleh $f(x) = \log_2 x$

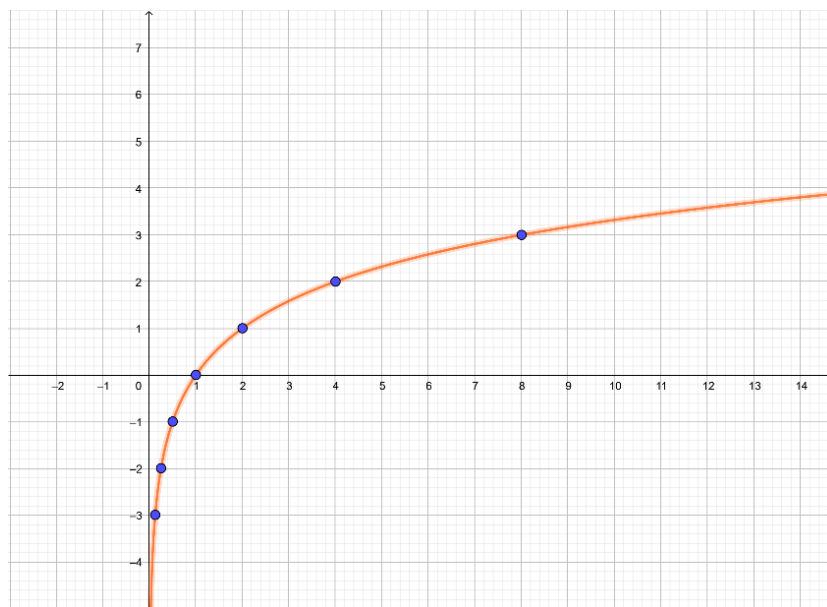


Tabel 7 Nilai Fungsi $f(x) = \log_2 x$

x	$f(x) = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	$f\left(\frac{1}{8}\right) = \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = \log_2(2^{-3}) = (-3) \times \log_2(2) = (-3)(1) = -3$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_2\left(\frac{1}{4}\right) = \log_2(2^{-2}) = (-2) \times \log_2(2) = (-2)(1) = -2$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2(2^{-1}) = (-1) \times \log_2(2) = (-1)(1) = -1$
1	$f(1) = \log_2(1) = 0$
2	$f(2) = \log_2(2) = \log_2(2) = 1$
4	$f(4) = \log_2(4) = \log_2(2^2) = (2) \times \log_2(2) = (2)(1) = 2$
8	$f(8) = \log_2(8) = \log_2(2^3) = (3) \times \log_2(2) = (3)(1) = 3$

langkah 2:

Hubungkan titik-titik yang diperoleh pada tabel di atas:



Gambar 8 Grafik Fungsi $f(x) = (\log)_2 x$



Dari grafik $f(x) = \log_2 x$, secara umum grafik $f(x) = \log_a x$ dengan $a > 1$ mempunyai sifat-sifat:

1. selalu di sebelah kanan sumbu Y , yang berarti $f(x)$ selalu ada untuk $x > 0$.
2. memotong sumbu X hanya di titik $(1, 0)$.
3. monoton naik, sehingga fungsi ini disebut juga fungsi pertumbuhan (*growth function*).
4. untuk $a > 1$, jika $x_1 < x_2$ maka $\log_a x_1 < \log_a x_2$ atau sebaliknya jika $\log_a x_1 < \log_a x_2$ maka $x_1 < x_2$.

Dalam bentuk pertidaksamaan, sifat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

- Jika $a > 1$ dan $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, maka $f(x) \geq g(x)$
- Jika $a > 1$ dan $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$, maka $f(x) \leq g(x)$

Grafik Fungsi Logaritma dengan Basis $0 < a < 1$

Fungsi $f : x \rightarrow f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ merupakan salah satu fungsi logaritma dengan basis $0 < a < 1$. Untuk melukis sketsa grafik fungsi $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ dapat mengikuti langkah-langkah berikut:

langkah 1:

Menentukan beberapa titik yang dilalui oleh $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$

Tabel 8 Nilai Fungsi $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$

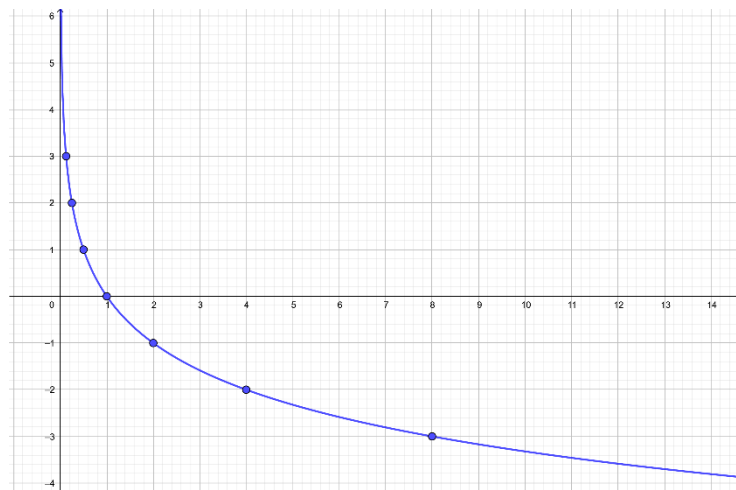
x	$f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$
$\frac{1}{8}$	$f\left(\frac{1}{8}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{8}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{4}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$
1	$f(1) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(1) = 0$



2	$f(2) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(2) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -1$
4	$f(4) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(4) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -2$
8	$f(8) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(8) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$

langkah 2:

Hubungkan titik-titik yang diperoleh pada tabel di atas:



Gambar 9 Grafik Fungsi $f(x) = (\log)_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$

Dari grafik $f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$, secara umum grafik $f(x) = \log_a x$ dengan $0 < a < 1$ mempunyai sifat-sifat:

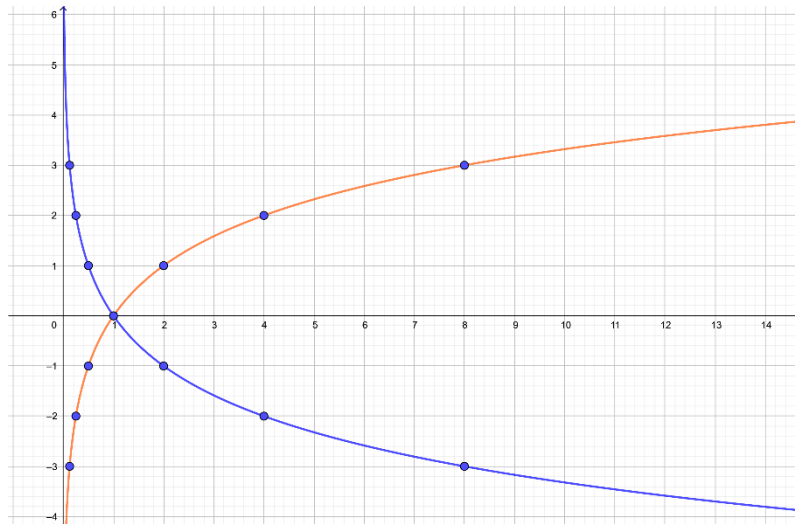
1. selalu di sebelah kanan sumbu Y , yang berarti $f(x)$ selalu ada untuk $x > 0$.
2. memotong sumbu X hanya di titik $(1, 0)$.
3. monoton turun, sehingga fungsi ini disebut juga fungsi peluruhan (*decay function*).
4. untuk $0 < a < 1$, jika $x_1 < x_2$ maka $\log_a x_1 > \log_a x_2$ atau sebaliknya jika $\log_a x_1 > \log_a x_2$ maka $x_1 < x_2$.

Dalam bentuk pertidaksamaan, sifat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:



- Jika $0 < a < 1$ dan $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, maka $f(x) \leq g(x)$
- Jika $0 < a < 1$ dan $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$, maka $f(x) \geq g(x)$

Grafik $f : x \rightarrow f(x) = \log_2 x$ dan $f : x \rightarrow f(x) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$ jika disajikan dalam satu bidang kartesius, diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 10 Grafik Fungsi $f(x) = (\log)_2 x$ dan $f(x) = (\log)_{(1/2)} x$

Pada gambar di atas terlihat bahwa:

1. Kedua grafik melalui $(1, 0)$
2. Kedua grafik simetris terhadap sumbu X



4. Aplikasi Fungsi Logaritma

DERAJAT KEASAMAN ZAT (pH)

pH didefinisikan sebagai ukuran (derajat) keasaman atau kebasaan suatu zat. Nilai keasaman atau kebasaan zat tersebut berhubungan dengan jumlah ion H^+ (untuk senyawa asam) dan ion OH^- (untuk senyawa basa) ketika zat tersebut berada dalam bentuk larutan. Suatu zat (larutan) dikatakan asam jika nilai pH-nya kurang dari tujuh, yaitu $1 \leq pH < 7$. Suatu zat (larutan) dikatakan basa jika nilai pH-nya lebih besar dari tujuh, yaitu $7 < pH \leq 14$. Sementara itu, zat (larutan) dikatakan netral jika pH-nya sama dengan tujuh. Secara kualitatif nilai pH suatu zat dapat dihitung dengan rumus:

$$pH = -\log M_H \text{ (untuk asam)}$$

$$pH = 14 - pOH \text{ (untuk basa)}$$

$$\text{dengan } pOH = -\log M_{OH}$$

dimana:

$$M_H = \text{konsentrasi ion } H^+$$

$$M_{OH} = \text{konsentrasi ion } OH^-$$

Misal suatu larutan asam asetat mengandung 0,001 M ion H^+ , maka pH larutan asam asetat:

$$\begin{aligned} pH &= -\log M_H \\ &= -\log(0,001) \\ &= -\log \frac{1}{1.000} \\ &= -(\log 1 - \log 1.000) = -(0 - 3) = 3 \end{aligned}$$

Jadi pH larutan asam asetat adalah 3.



E. Aktivitas Pembelajaran

1. Kegiatan In Learning Service-1 (6 JP)

Aktivitas ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat untuk mengkaji materi dan melakukan kegiatan pembelajaran.

Aktivitas 1:

Berdiskusi dengan teman sejawat tentang:

1. Menyusun bahan ajar untuk pembelajaran fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.
2. Model pembelajaran yang dapat digunakan untuk mengajarkan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.
3. Menyusun LKPD yang mengarahkan siswa agar berpikir kritis dan kreatif.

Aktivitas 2:

1. Membahas bersama teman sejawat soal-soal (UN, SPBMPTN, AKG, dll) yang terkait dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.
2. Bertukar pemikiran dengan teman sejawat cara menyelesaikan soal tersebut.

Aktivitas 3:

Menyusun bahan ajar berbasis IT untuk pembelajaran fungsi eksponensial dan fungsi logaritma

Aktivitas 4:

Menyusun instrumen penilaian yang tepat untuk pembelajaran fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Aktivitas 5:

Diskusi dengan teman sejawat

PROBLEM SOLVING

Produksi bio-etanol dengan bahan baku berasal dari tetes tebu sebagai bahan bakar transportasi di Brasil pada tahun 1995 telah mencapai lebih dari 12,7 milyar liter pertahun. Pengembangan etanol secara besara-besaran di Brasil telah berhasil menurunkan biaya produksi hingga kurang dari setengahnya, sehingga harga jual perliter lebih rendah dibandingkan harga bensin. Bensin umumnya adalah campuran homolog alkana dari pentane sampai dodekana.



Etanol lebih cocok digunakan untuk mesin bensin daripada mesin diesel. Penggunaan etanol untuk mesin bensin dapat berupa etanol murni atau dicampur dengan bensin sampai dengan campuran 20% etanol dan 80% bensin tidak perlu dilakukan modifikasi pada mesin bensin konvensional, namun semakin besar campuran etanol semakin besar pula modifikasi yang diperlukan.

Keseluruhan bahan bakar minyak yang digunakan di Indonesia disektor transportasi pada saat ini mencapai lebih dari 20 milyar liter pertahun. Jika seluruh bensin yang dijual di pompa-pompa bensin berupa 80% bensin dan 20% etanol, maka penggunaan bensin dapat dihemat. Penghematan bensin berarti pula mengurangi beban polusi udara dari asap kendaraan, karena emisi gas buang hasil pembakaran etanol jauh lebih rendah daripada pembakaran bensin. Secara teori, emisi karbon dioksida yang dihasilkan akan dapat ditambat kembali oleh tanaman melalui proses fotosintesis.

Hampir semua bagian tumbuhan yang mengandung karbohidrat misalnya pati, sukrosa, dan selulosa dapat diolah menjadi etanol. Berbagai macam hasil pertanian dapat digunakan sebagai bahan baku etanol, diantaranya tetes tebu, ubi jalar, singkong, sorgum, dan sagu. Dengan proses yang lebih mahal limbah pertanian dapat juga diolah menjadi etanol.

Pertanyaan:

1. Andaikan produksi bio-etanol di Brasil sejak 1995 setiap tahunnya meningkat sebesar $p\%$ dari jumlah bio-etanol yang diproduksi pada saat itu. Jika lima tahun kemudian produksinya telah mencapai lebih dari 25,4 milyar liter, tentukan besar p .
2. Dari bacaan, bila penggunaan bensin di Indonesia untuk sektor transportasi dapat dihemat 1,6 milyar liter pertahun, maka besarnya biaya untuk penghematan tersebut pertahun setara dengan penggunaan bensin ... (dalam milyar liter).



2. Kegiatan On Job Training (8 JP)

Pada kegiatan ini, setiap guru mempraktikkan pembelajaran terhadap peserta didik di madrasah masing-masing sesuai dengan perangkat pembelajaran yang telah disempurnakan pada kegiatan in-1. Contoh model pembelajaran yang dapat digunakan adalah model *Discovery Learning (DL)* dengan sintak:

1) Pemberian Stimulus (*Stimulation*)

Pada tahap ini peserta didik dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan tanda tanya. Kemudian, dilanjutkan untuk tidak memberi generalisasi, agar timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Di samping itu guru dapat memulai kegiatan PBM dengan mengajukan pertanyaan, anjuran membaca buku, dan aktivitas belajar lainnya yang mengarah pada persiapan pemecahan masalah.

2) Pernyataan/Identifikasi masalah (*Problem Statement*)

Setelah dilakukan stimulasi langkah selanjutnya adalah guru memberi kesempatan kepada peserta didik untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin masalah-masalah yang relevan dengan materi pembelajaran, kemudian salah satunya dipilih dan dirumuskan dalam bentuk hipotesis. Permasalahan yang dipilih itu selanjutnya dirumuskan dalam bentuk pernyataan sebagai jawaban sementara atas pertanyaan yang diajukan.

3) Pengumpulan Data (*Data Collection*)

Ketika eksplorasi berlangsung guru juga memberi kesempatan kepada peserta didik untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis. Pada tahap ini berfungsi untuk menjawab pertanyaan atau membuktikan benar tidaknya hipotesis.

Dengan demikian peserta didik diberi kesempatan untuk mengumpulkan (*collection*) berbagai informasi yang relevan, membaca literatur, mengamati objek, wawancara dengan narasumber, melakukan uji coba sendiri dan sebagainya.



4) Pengolahan Data (*Data Processing*)

Semua informasi hasil bacaan, wawancara, observasi, dan sebagainya, semuanya diolah, diacak, diklasifikasikan, ditabulasi, bahkan bila perlu dihitung dengan cara tertentu serta ditafsirkan pada tingkat kepercayaan tertentu. *Data processing* disebut juga dengan pengkodean/kategorisasi yang berfungsi sebagai pembentukan konsep dan generalisasi. Dari generalisasi tersebut peserta didik akan mendapatkan pengetahuan baru tentang alternatif jawaban/penyelesaian yang perlu mendapat pembuktian secara logis.

5) Pembuktian (*Verification*)

Pada tahap ini peserta didik melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang ditetapkan tadi dengan temuan alternatif, dihubungkan dengan hasil *data processing*. Berdasarkan hasil pengolahan dan tafsiran, atau informasi yang ada, pernyataan atau hipotesis yang telah dirumuskan terdahulu itu kemudian dicek, apakah terjawab atau tidak, apakah terbukti atau tidak.

6) Menarik Kesimpulan/Generalisasi (*Generalization*)

Tahap ini merupakan proses penarikan sebuah kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi. Berdasarkan hasil verifikasi maka dirumuskan prinsip-prinsip yang mendasari generalisasi. Setelah menarik kesimpulan peserta didik harus memperhatikan proses generalisasi yang menekankan pentingnya penguasaan pelajaran atas makna dan kaidah atau prinsip-prinsip yang luas yang mendasari pengalaman seseorang, serta pentingnya proses pengaturan dan generalisasi dari pengalaman-pengalaman itu.



Kegiatan Pembelajaran (4 x 60 menit)

Materi: Fungsi Eksponensial

Tabel 9 Desain Pembelajaran Fungsi Eksponensial

Langkah- Langkah Pembelajaran	Aktivitas Peserta Didik	Aktivitas Guru	Waktu
Pendahuluan	- Menjawab salam, berdoa, membaca surat pendek	- Memulai pembelajaran dengan mengucapkan salam dan meminta salah satu peserta didik untuk memimpin doa dan membaca salah satu surat pendek sebelum belajar. - Membagi peserta didik menjadi beberapa kelompok dengan tiap kelompok terdiri atas 4-5 peserta didik.	20 menit
	- Memperhatikan dan memahami penjelasan guru	- Menyampaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. - Memberikan gambaran tentang pentingnya memahami fungsi eksponensial serta penerapannya.	
Pemberian Stimulus (<i>Stimulation</i>)	- Mengamati masalah nyata terkait dengan fungsi eksponensial yang diberikan.	- Memberikan masalah nyata terkait dengan fungsi eksponensial yang tertuang dalam LKPD, Buku Paket, dll.	200 menit



Pernyataan/Identifikasi masalah (<i>Problem Statement</i>)	- Mengidentifikasi masalah nyata tersebut	- Meminta peserta didik untuk mengidentifikasi masalah tersebut terkait konsep fungsi eksponensial, grafik, dan aplikasinya	
Pengumpulan Data (<i>Data Collection</i>)	- Berdiskusi tentang masalah yang ada dalam LKPD, Buku Paket, dll yang diberikan. - Mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan masalah yang ada dalam LKPD, Buku Paket, dll yang diberikan.	- Mengarahkan peserta didik untuk menemukan konsep fungsi eksponensial, grafik, dan aplikasinya.	
Pengolahan Data (<i>Data Processing</i>)	- Memahami konsep fungsi eksponensial, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	- Meminta peserta didik untuk memahami konsep fungsi eksponensial, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	
Pembuktian (<i>Verification</i>)	- Mendefinisikan konsep fungsi eksponensial, grafik, dan	- Meminta tiap kelompok untuk mendefinisikan konsep fungsi eksponensial, grafik, dan	



	mengaplikasikan dalam masalah nyata. - Terlibat aktif dalam diskusi kelompok	mengaplikasikan dalam masalah nyata. - Memperhatikan dan mendorong semua peserta didik untuk terlibat diskusi dan mengarahkan jika ada kelompok yang melenceng jauh pekerjaannya.	
Menarik Kesimpulan/ Generalisasi (<i>Generalization</i>)	- Salah satu kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusinya ke depan kelas. Sementara kelompok lain, menanggapi dan menyempurnakan apa yang dipresentasikan. - Menyimpulkan konsep fungsi eksponensial, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	- Salah satu kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusinya ke depan kelas. Sementara kelompok lain, menanggapi dan menyempurnakan apa yang dipresentasikan.	



Penutup	- Menyimak penjelasan yang diberikan	- Menyimpulkan konsep fungsi eksponensial, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	20 menit
---------	--------------------------------------	---	----------

Kegiatan Pembelajaran (4 x 60 menit)

Materi: Fungsi Logaritma

Tabel 10 Desain Pembelajaran Fungsi Logaritma

Langkah- Langkah Pembelajaran	Aktivitas Peserta Didik	Aktivitas Guru	Waktu
Pendahuluan	- Menjawab salam, berdoa, membaca surat pendek	- Memulai pembelajaran dengan mengucapkan salam dan meminta salah satu peserta didik untuk memimpin doa dan membaca salah satu surat pendek sebelum belajar. - Membagi peserta didik menjadi beberapa kelompok dengan tiap kelompok terdiri atas 4-5 peserta didik.	20 menit
	- Memperhatikan dan memahami penjelasan guru	- Menyampaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. - Memberikan gambaran tentang pentingnya memahami fungsi logaritma serta penerapannya.	



Pemberian Stimulus (<i>Stimulation</i>)	- Mengamati masalah nyata terkait dengan fungsi logaritma yang diberikan.	- Memberikan masalah nyata terkait dengan fungsi logaritma yang tertuang dalam LKPD, Buku Paket, dll.	200 menit
Pernyataan/Identifikasi masalah (<i>Problem Statement</i>)	- Mengidentifikasi masalah nyata tersebut	- Meminta peserta didik untuk mengidentifikasi masalah tersebut terkait konsep fungsi logaritma, grafik, dan aplikasinya	
Pengumpulan Data (<i>Data Collection</i>)	- Berdiskusi tentang masalah yang ada dalam LKPD, Buku Paket, dll yang diberikan. - Mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan masalah yang ada dalam LKPD, Buku Paket, dll yang diberikan.	- Mengarahkan peserta didik untuk menemukan konsep fungsi logaritma, grafik, dan aplikasinya.	
Pengolahan Data (<i>Data Processing</i>)	- Memahami konsep fungsi logaritma, grafik, dan mengaplikasikan	- Meminta peserta didik untuk memahami konsep fungsi logaritma, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	



	dalam masalah nyata.		
Pembuktian (<i>Verification</i>)	- Mendefinisikan konsep fungsi logaritma, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata. - Terlibat aktif dalam diskusi kelompok	- Meminta tiap kelompok untuk mendefinisikan konsep fungsi logaritma, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata. - Memperhatikan dan mendorong semua peserta didik untuk terlibat diskusi dan mengarahkan jika ada kelompok yang melenceng jauh pekerjaannya.	
Menarik Kesimpulan/ Generalisasi (<i>Generalization</i>)	- Salah satu kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusinya ke depan kelas. Sementara kelompok lain, menanggapi dan menyempurnakan apa yang dipresentasikan. - Menyimpulkan konsep fungsi logaritma, grafik,	- Salah satu kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusinya ke depan kelas. Sementara kelompok lain, menanggapi dan menyempurnakan apa yang dipresentasikan.	



	dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.		
Penutup	- Menyimak penjelasan yang diberikan	- Menyimpulkan konsep fungsi logaritma, grafik, dan mengaplikasikan dalam masalah nyata.	20 menit

3. Kegiatan In Learning Service-2 (4 JP)

Kegiatan ini dilakukan secara tatap muka bersama fasilitator dan teman sejawat untuk melaporkan dan mendiskusikan hasil kegiatan *on*. Agar hambatan selama pembelajaran terekam dengan baik, lakukan refleksi pelaksanaan pembelajaran dan tuliskan ke dalam lembar berikut:

Tabel 11 Refleksi Pelaksanaan Pembelajaran On Job Training

No.	Refleksi Aktivitas Peserta Didik	Refleksi Aktivitas Guru	Hambatan Lain
1			
2			
3			
dst			

Diskusikan hambatan pelaksanaan pembelajaran Anda dengan teman sejawat untuk mendapatkan pemecahan masalah guna perbaikan pembelajaran yang akan datang.



F. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

1. LKPD Grafik Fungsi Eksponensial

Nama Peserta didik : 1.....

2.....

3.....

4.....

Kelas :

Hari/tanggal :

Tujuan Pembelajaran:

Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat:

1. Menjelaskan konsep fungsi eksponensial
2. Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponensial

Pengantar:

Cermati setiap pertanyaan/instruksi yang diberikan pada LKPD ini. Berdiskusilah secara aktif dalam kelompokmu, kemudian isikan jawaban pada tempat yang disediakan.

Lembar Kerja Peserta Didik:

1. Isilah kolom yang masih kosong pada tabel berikut:

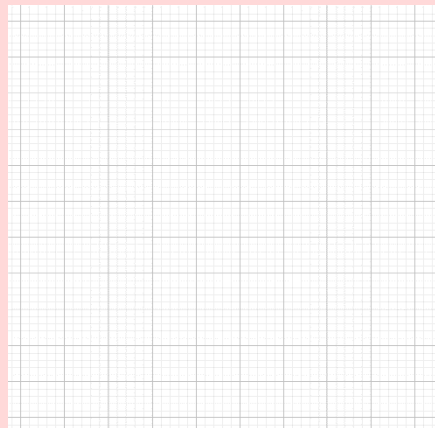
Tabel 12 Nilai fungsi $f(x)=3^x$ dan $f(x)=(1/3)^x$

x	$f(x) = 3^x$	$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
-3	$3^{-3} = \frac{1}{27}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$
-2		
-1		
0		



1		
2		
3		

2. Gambarkan setiap titik $(x, f(x))$ dari kedua fungsi tersebut dalam bidang Kartesius. Kemudian, hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus.



3. Perhatikan grafik yang telah kepompok Anda buat, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:
- a. Apakah kedua grafik memotong sumbu Y ? Jika ya, tentukan titik potongnya.

- b. Apakah kedua fungsi termasuk fungsi naik atau fungsi turun?



- c. Jika nilai $x \rightarrow -\infty$, apakah kedua fungsi akan memotong sumbu X ?

- d. Pada interval mana fungsi $f(x) = 3^x$ berada di atas fungsi
 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$?

- e. Pada interval mana fungsi $f(x) = 3^x$ berada di bawah fungsi
 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$?

4. Dari kegiatan ini, apa saja yang dapat kelompok Anda simpulkan tentang sifat-sifat fungsi eksponensial untuk $a > 1$ dan $0 < a < 1$?

5. Diskusikan hasilnya dengan kelompok lain.



2. LKPD Penerapan Fungsi Eksponensial

Nama Peserta didik : 1.....
2.....
3.....
4.....

Kelas :

Hari/tanggal :

Tujuan Pembelajaran:

Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat:

1. Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponensial
2. Menganalisis masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
3. Mengemukakan gagasan terkait masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial
4. Menyajikan fungsi eksponensial
5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial

Pengantar:

Cermati setiap pertanyaan/instruksi yang diberikan pada LKPD ini. Berdiskusilah secara aktif dalam kelompokmu, kemudian isikan jawaban pada tempat yang disediakan.

Lembar Kerja Peserta Didik

Pertumbuhan Penduduk

Diketahui jumlah penduduk di daerah X pada tahun 2007 berjumlah 2.000.000 jiwa, dengan tingkat pertumbuhan 2,5% per tahun. Berapakah jumlah penduduk pada akhir tahun 2020?



1. Menentukan fungsi pertumbuhan penduduk

Misalnya y_0 = jumlah penduduk awal dan r = tingkat/laju pertumbuhan penduduk per tahun, isilah jumlah penduduk pada tahun ke- t yang disajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 13 Jumlah Penduduk pada Tahun Ke- t

Tahun Ke-	Jumlah Penduduk
0	y_0
1	$y_0 + r \times y_0 = y_0 (1 + r)$
2	
3	
4	
5	
....	
t	

2. Berdasarkan fungsi pertumbuhan penduduk yang diperoleh sebelumnya, berapakah jumlah penduduk pada akhir tahun 2020?

Peluruhan Radioaktif

Pernahkah Anda menyaksikan ledakan dahsyat bom atom? Ledakan ini berasal dari pemancaran radiasi oleh unsur radioaktif yang disebut peluruhan (*disintegrasi*). Proses peluruhan dipaparkan dengan suatu persamaan yang disebut persamaan inti. Kelajuan peluruhan hanya bergantung pada jumlah nuklida radioaktif. Tahukah Anda bahwa peluruhan zat radioaktif ini termasuk fungsi eksponensial? Misal, suatu zat radioaktif meluruh dengan waktu paruh 20 hari. Agar zat radioaktif hanya tinggal $\frac{1}{8}$ saja dari jumlah asalnya.



1. Menentukan fungsi peluruhan zat radioaktif

Misalkan jumlah zat radioaktif pada mulanya adalah N_0 , kemudian zat tersebut meluruh setengahnya $N = \frac{1}{2}N_0$ memerlukan waktu tertentu. Waktu yang diperlukan oleh suatu zat radioaktif untuk seluruh setengahnya disebut dengan waktu paruh, dilambangkan dengan $T_{\frac{1}{2}}$.

Isilah bagian yang kosong dari tabel berikut.

Tabel 14 Peluruhan Radioaktif

t	Jumlah Zat
0	N_0
T	$\frac{1}{2}N_0$
$2T$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 N_0$
$3T$	
$4T$	
....	
nT	

2. Berdasarkan fungsi peluruhan zat radioaktif yang diperoleh sebelumnya, berapakah hari waktu yang diperlukan?



3. LKPD Fungsi Logaritma

Nama Peserta didik : 1.....

2.....

3.....

4.....

Kelas :

Hari/tanggal :

Tujuan Pembelajaran:

Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat:

1. Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi logaritma
2. Menyajikan fungsi logaritma

Pengantar:

Cermati setiap pertanyaan/instruksi yang diberikan pada LKPD ini. Berdiskusilah secara aktif dalam kelompokmu, kemudian isikan jawaban pada tempat yang disediakan.

Lembar Kerja Peserta Didik:

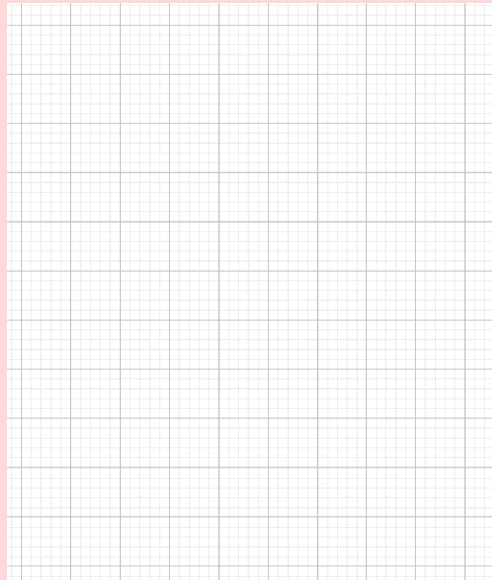
1. Isilah kolom yang masih kosong pada tabel berikut:

Tabel 15 Nilai fungsi $f(x)=\log_3 x$ dan $f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x$

x	$f(x) = \log_3 x$	$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
$\frac{1}{27}$		
$\frac{1}{9}$	$\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2$	$\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9}\right) = 2$
$\frac{1}{3}$		
1		
3		
9		
27		



2. Gambarkan setiap titik $(x, f(x))$ dari kedua fungsi tersebut dalam bidang Kartesius. Kemudian, hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus.



3. Perhatikan grafik yang telah kepompok Anda buat, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

- a. Apakah kedua grafik memotong sumbu X ? Jika ya, tentukan titik potongnya.

- b. Apakah kedua fungsi termasuk fungsi naik atau fungsi turun?

- c. Jika nilai $x \rightarrow -\infty$, apakah kedua fungsi akan memotong sumbu Y ?



- d. Pada interval mana fungsi

$f(x) = \log_3 x$ berada di atas fungsi $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$?

- e. Pada interval mana fungsi

$f(x) = \log_3 x$ berada di bawah fungsi $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$?

4. Dari kegiatan ini, apa saja yang dapat kelompok Anda simpulkan tentang sifat-sifat fungsi eksponensial untuk $a > 1$ dan $0 < a < 1$?

5. Diskusikan hasilnya dengan kelompok lain.



I. Pengembangan SOAL HOTS

HOTS singkatan dari *Higher Order Thinking Skills* yang artinya kemampuan berpikir tingkat tinggi. Soal model HOTS ini mendorong peserta didik untuk melakukan penalaran tingkat tinggi sehingga tidak terpaku hanya pada satu pola jawaban yang dihasilkan dari proses menghafal, tanpa mengetahui konsep ilmunya. HOTS merupakan salah satu tuntutan keterampilan dalam pembelajaran abad 21, yaitu berpikir kritis, kreatif, kolaboratif, dan komunikatif.

Bagian ini menyajikan contoh kisi-kisi pengembangan penilaian HOTS sesuai dengan kompetensi, lingkup materi, dan indikator soal. Selanjutnya buatlah kisi-kisi yang lain dan kembangkan menjadi instrumen penilaian dari kisi tersebut dalam aktivitas *In Learning Service-1*.

KISI-KISI SOAL HOTS

Nama Madrasah : Madrasah Aliyah

Mata Pelajaran : Matematika

Alokasi Waktu :

Jumlah Soal :

Tahun Pelajaran :

Tabel 16 Kisi-kisi pengembangan soal HOTS

Kompetensi Dasar	Lingkup Materi	Indikator KD	Indikator Soal	No. Soal	Level Kognitif	Bentuk soal
3.1 Mendeskripsi-kan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma mengguna-	Fungsi Ekspo-nensial	Peserta didik dapat mendeskripsi kan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial mengguna kanvas masalah kontekstual, serta	Peserta didik dapat menentukan persamaan fungsi eksponen dari banyaknya langkah dalam kasus menara Hanoi.	1	L3	Uraian



kan masalah kontekstual, serta keberkaitannya		keberkaitannya	Peserta didik mampu menentukan banyaknya langkah dalam kasus menara Hanoi ketika banyaknya keping diketahui.	2	L3	Uraian
---	--	----------------	--	---	----	--------



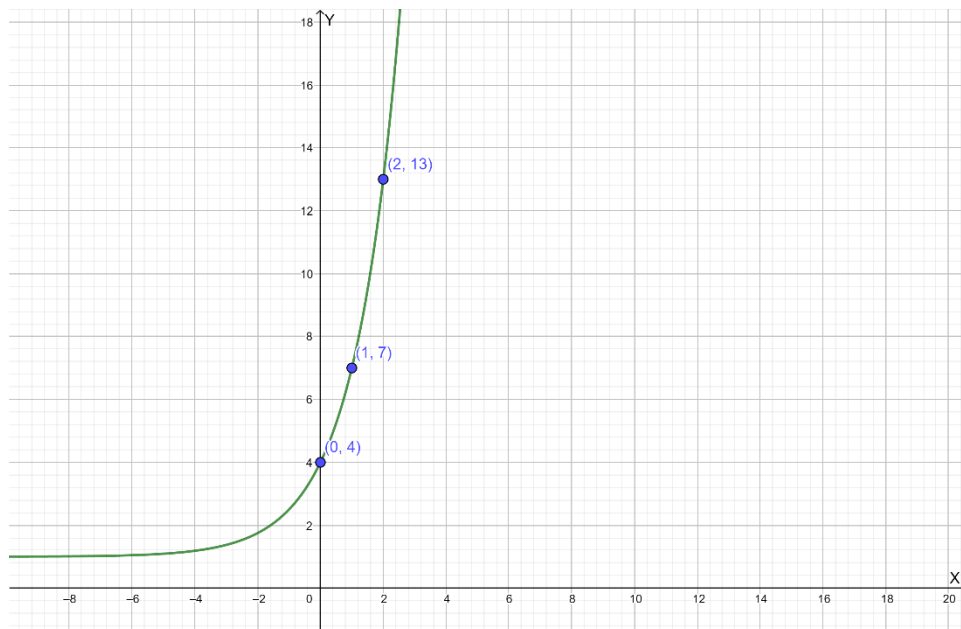
05 PENILAIAN



Tes Formatif

A. Tes Formatif

1. Disajikan grafik berikut:



- Carilah fungsi eksponensial dari grafik di atas.
 - Apakah grafik tersebut melalui titik $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$?
2. Carilah penyelesaian dari $9^{2x-4} \geq \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4}$.
3. Suatu zat yang disuntikkan ke dalam tubuh manusia akan dikeluarkan dari darah melalui ginjal. Setiap 1 jam sepatusat zat itu dikeluarkan oleh ginjal. Bila 100 miligram zat itu disuntikkan ke tubuh manusia, berapa milligram zat itu yang tersisa dalam darah setelah:
- 1 jam
 - 2 jam
 - 3 jam



4. Kolera penyakit yang menyerang usus, disebabkan oleh bakteri kolera yang berkembang biak secara eksponensial dengan membelah selnya dan dinyatakan dengan $N = 2^{3t}N_0$ dengan N adalah jumlah bakteri setelah t jam dan N_0 adalah jumlah bakteri pada permulaan ($t = 0$). Jika di awal terdapat 25 bakteri, tentukan banyak bakteri (dalam satuan terdekat) yang akan muncul dalam 3,5 jam?
5. Segelas kopi kira-kira mengandung 100 mg kafein. Jika kalian meminum segelas kopi, kafein akan diserap ke dalam darah dan akhirnya dimetabolisme oleh tubuh. Setiap 5 jam, banyak kafein di dalam darah berkurang 50%.
 - a. Tuliskan sebuah persamaan yang menyatakan banyak kafein di dalam darah sebagai suatu fungsi eksponen dari waktu t sejak kalian minum kopi.
 - b. Setelah berapa jam kafein di dalam darah tinggal 1 mg?
6. Carilah penyelesaian dari $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8) < 0$.
7. Misalkan fungsi keuntungan (p) untuk suatu produk dinyatakan dengan:

$$p = 1.000.000 \log(q + 10)$$
 dengan q = banyaknya produk yang terjual (dalam unit).
 - a. Berapa besar keuntungan saat 19 unit produk terjual? (teliti sampai 3 digit)
 - b. Berapa unit produk yang harus dijual untuk mendapatkan keuntungan sebesar Rp5.000.000,00?
8. Skala Richter digunakan untuk mengukur intensitas dari gempa bumi (R) dengan intensitas I dinyatakan dengan:

$$R = \log \frac{I}{I_0}$$

dengan I_0 = intensitas acuan.

- a. Tentukan skala R jika terjadi gempa dengan intensitas $15.800.000I_0$. teliti sampai 3 digit)
- b. Pada Desember 2004 terjadi gempa yang mengakibatkan tsunami di Aceh. Para ilmuwan memperkirakan kekuatan gempa ini berkisar 9 skala Richter. Tentukan intensitas gempa tersebut (nyatakan dalam I_0)



9. Magnitudo kecerahan suatu bintang (M) dimodelkan dengan fungsi:

$$M = -\frac{5}{2} \log \frac{B}{B_0}$$

dengan B_0 = tetapan standar kecerahan dan B = kecerahan bintang dilihat dari bumi.

- Tentukan magnitude kecerahan planet Venus jika kecerahannya $B = 36,3B_0$. (teliti sampai 4 digit)
- Tentukan kecerahan dari bintang Utara jika magnitude kecerahannya 2,1. (Nyatakan dalam B_0)



B. Penilaian

1. Penilaian untuk Guru

a. Penilaian Mandiri Guru

Setelah menyelesaikan seluruh aktivitas dalam Unit Pembelajaran dan mencoba soal latihan penilaian, Anda dapat memperkirakan tingkat keberhasilan Anda dengan mengisi instrumen penilaian diri berikut ini. Isilah lembar persepsi diri ini dengan objektif dan jujur dengan memberikan tanda ceklis (✓) pada kolom penilaian diri sesuai target kompetensi yang ditetapkan.

Tabel 17 Instrumen Penilaian Diri Bagi Guru

Target Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
1. Menyusun rencana pembelajaran yang lengkap.			
2. Melaksanakan pembelajaran yang mengembangkan berpikir kritis dan kreatif.			
3. Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk kepentingan pembelajaran, misal geogebra.			
4. Mengevaluasi pelaksanaan pembelajaran dan hasil belajar peserta didik.			
5. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan berkaitan fungsi eksponensial. dan logaritma			
6. Mampu menyelesaikan soal-soal yang disediakan dalam modul.			
Catatan:			



b. Penilaian oleh Asesor/Fasilitator

Tabel 18 Instrumen Penilaian Guru oleh Asesor/Fasilitator

Target Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
1. Menyusun rencana pembelajaran yang lengkap.			
2. Melaksanakan pembelajaran yang mengembangkan berpikir kritis dan kreatif.			
3. Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk kepentingan pembelajaran, misal geogebra.			
4. Mengevaluasi pelaksanaan pembelajaran dan hasil belajar peserta didik.			
5. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan berkaitan fungsi eksponensial. dan logaritma			
6. Mampu menyelesaikan soal-soal yang disediakan dalam modul.			
Catatan:			



2. Penilaian untuk Peserta Didik

a. Penilaian Mandiri oleh Peserta Didik

Mintalah peserta didik untuk mengisi lembar penilaian diri berikut ini untuk memperkirakan tingkat keberhasilan peserta didik dalam menguasai kompetensi dasar yang Anda ajarkan. Isi secara objektif dan jujur dengan memberikan tanda ceklis (✓) pada kolom penilaian diri sesuai indikator pencapaian kompetensi dasar yang ditetapkan.

Tabel 19 Instrumen Penilaian Diri bagi Peserta Didik

Indikator Capaian Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
3.1.1 Menjelaskan konsep fungsi eksponensial			
3.1.2 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponensial			
3.1.3 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponensial			
3.1.4 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi logaritma			
3.1.5 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi logaritma			
3.1.6 Menganalisis masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.1 Mengemukakan gagasan terkait masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.2 Menyajikan fungsi eksponensial			



4.1.3	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.4	Menyajikan fungsi logaritma			
4.1.5	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma			
4.1.6	Membuat suatu situasi masalah berdasarkan grafik fungsi eksponensial yang diberikan			
Catatan:				

b. Penilaian oleh Guru

Tabel 20 Instrumen Penilaian Peserta Didik oleh Guru

Indikator Capaian Kompetensi	Penilaian Diri		Ket.
	Tercapai	Belum	
3.1.1 Menjelaskan konsep fungsi eksponensial			
3.1.2 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponensial			
3.1.3 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponensial			
3.1.4 Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi logaritma			



3.1.5	Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi logaritma			
3.1.6	Menganalisis masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.7	Mengemukakan gagasan terkait masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.1	Menyajikan fungsi eksponensial			
4.1.2	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial			
4.1.3	Menyajikan fungsi logaritma			
4.1.4	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma			
4.1.5	Membuat suatu situasi masalah berdasarkan grafik fungsi eksponensial yang diberikan			
Catatan:				



06 PENUTUP

Anda telah mempelajari modul ini, selanjutnya Anda dapat menerapkan desain pembelajaran yang telah disusun kepada peserta didik di kelas masing-masing. Semoga Unit Pembelajaran ini dapat menjadi referensi Anda dalam mengembangkan pembelajaran dan penilaian yang berorientasi *Higher Order Thinking Skills* (HOTS), terintegrasi dengan nilai-nilai keislaman, dan literasi dalam rangka mencapai kecakapan Abad ke-21, membentuk generasi unggul yang moderat, beriman dan bertakwa serta berakhlak mulia.

Aktivitas pembelajaran yang disajikan dalam modul ini perlu Anda sesuaikan dengan kondisi nyata kelas Anda masing-masing. Anda perlu menyusun Rencana Pelaksanaan Pembelajaran sesuai dengan kondisi kelas Anda, sehingga memudahkan mengimplementasikan secara teknis. Selain itu, Anda masih perlu mengembangkan instrumen penilaian lainnya yang berorientasi HOTS dengan mengacu pada contoh kisi penilaian yang disajikan dalam modul. Anda perlu mengaktifkan diri dalam kegiatan MGMP Matematika untuk melakukan hal tersebut serta mengembangkan modul secara bersama rekan sejawat guru matematika lainnya.

Penulis menyadari bahwa modul ini masih banyak kekurangan. Untuk itu, penulis mengharap saran dan masukan yang membangun demi lebih sempurnanya modul ini maupun dalam upaya perbaikan dan pengembangan modul pembelajaran lainnya. Semoga modul pembelajaran ini bermanfaat bagi khasanah ilmu pengetahuan dan pembelajaran secara umum maupun bagi pihak-pihak yang memerlukan.



KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

1. a. $f(x) = 3 \cdot 2^x + 1$; b. tidak
2. $x \leq -\frac{10}{3}$ atau $x \geq 2$
3. a. 50 mg; b. 25 mg; c. 12,5 mg
4. 3.200
5. a. $N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{T}{t}}$; b. ≈ 33 jam
6. $x < -3$ atau $x > 3$
7. a. Rp1.462.397,998; b. 99.990
8. a. 7,199 Skala Richter; b. $I = 10^9 I_0$
9. a. $-3,8998$; b. $B = 10^{-\frac{4,1}{5}} B_0$



DAFTAR PUSTAKA

- Mary Jane Sterling. 2006. Algebra II For Dummies, New Jersey: Wiley Publishing Inc
- Ron Larson. 2016. Precalculus, Boston: Cengage Learning
- Ron Larson. 2013. Algebra and Trigonometry, Boston: Cengage Learning
- Vassilis C, dkk. 2007. Elements of Mathematics for Economics and Finance, London: Springer



Kementerian Agama Republik Indonesia
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam
Direktoral Guru dan Tenaga Kependidikan Madrasah
Tahun 2020